Orifjonov S.B.

NISBIYLIK NAZARIYASINI ASOSLARI

$$\left(F_{nm}\right)=\begin{bmatrix} 0 & -iE_x & -iE_y & -iE_z \\ iE_x & 0 & H_z & -H_y \\ iE_y & -H_z & 0 & H_x \\ iE_z & H_y & -H_x & 0 \end{bmatrix}$$

Nizomiy nomli Toshkent davlat pedagogika universiteti Ilmiy kengashining qarori bilan (29.01.2009) bakalavriat talabalari uchun o'quv qo'llanma sifatida nashrga tavsiya etilgan

Toshkent - 2009

Ushbu o'quv qo'llanma Nizomiy nomidagi Toshkent Davlat pedagogika universitetining dosenti Orifjonov Sultonmurot Boltaboevichning ushbu o'quv fanini bayon etish tajribasiga asoslangan. Qo'llanmada ayniqsa nisbiylik nazariyasini elektrodinamika masalalariga tatbiqi batafsil berilgan.

Muallif bu asarni yozilishida katta hayrihohlik va yordam ko'rsatkanligi uchun, ishni batafsil taqrizlab va muharrirlab bergani uchun hurmatli professor Axmadjon aka Boydedaevga katta minnadorligini bildiradi. Kitobning §21 bo'limi A.Boydedaevning eng yangi izlanishlariga asoslangan. Bu bo'limda relyativistik dinamika qonunlari klassik mexanikaga asoslanib keltirib chiqarilgan.

Muallif ikkinchi taqrizchi, hamkasabasi, Toshkent Axboot texnalogiyalari Universitetining dosenti Abdulla Fattoxovga o'z vaqtinini ayamay asarni o'rganib chiqqani uchun o'z minnadorligini bildiradi.

Kitob haqida fikr-mulohazalaringizni sultonmurot@mail.ru elektron pochta orqali bildirishingiz mumkin

Muqovada Saturnning yo'ldoshi Enseladni kosmik tasviri berilgan.
Unda ko'rinayotgan Labtayt jari dunyodagi eng katta jar bo'lishi mumkin.
Uning chuqurligi 1 km keladi.

1-bob. KLASSIK FIZIKADA NISBIYLIK MASALALARI

§1. Nisbiylik nazariyasining yaratilishi

Nisbiylik masalalari klassik fizikada ham tekshirilgan. Nisbiylik deganda fizik miqdor va hodisalarni sanoq sistemasiga bog'liqligi tushuniladi. Jismning koordinatasi, tezligi, impulsi, kinetik energiyasi – nisbiy miqdorlardir. Klassik fizikada nisbiy miqdorlar shular bilan cheklanadi. Tezlanish, kuch, massa - turli inersial sanoq sistemalarida bir xil, invariant hisoblanadi.

Fizikada yorug'lik tezligini o'lchanishi, Maykelson tajribasining natijalari nisbiylik masalasiga katta e'tibor tortdi. Klassik fizikadan tashqariga chiquvchi Lorens almashtirishlari yoziladi. Nisbiylik masalalarini chuqur mantiqiy hal qilinishi A.Eynshteyn tomonidan yaratilgan nisbiylik nazariyasi bilan bog'liq (1905 y.). Yangi nazariya ilgari o'zgarmas deb hisoblangan masofa, vaqt oraliqlari, massa kattaliklarini nisbiyligini ko'rsatdi, energiya, impuls tushunchalarini o'zgartirib yubordi, massa va energiya orasida ekvivalentlikni aniqladi. Nisbiylik nazariyasi va u bilan deyarli bir vaqtda vujudga kelgan kvant mexanika fani fizikaga shunday revolyusion o'zgartirishlar kiritdiki, ulardan avvalgi tasavvurlar an'anaviy, yoki klassik deb atala boshlandi.

Nisbiylik nazariyasining yaratilishiga Lorens, Larmor, Puankarelar hissa qo'shgan. Ularning ishlari ko'plab olimlarga ma'lum edi. Puankarening 1905 yildagi "Elektron dinamikasi haqida" maqolasida Maksvell tenglamalarini Lorens almashtirishlariga nisbatan kovariantligini (o'zgarmasligini) elektronlar bor hajm uchun isbotladi, Lorens almashtirishlari bilan nisbiylik prinsipi orasidagi bog'lanishni tan oldi. Elektronning relyativistik massasini kiritdi. Lekin ishda efir tushunchasidan voz kechilmagan edi.

Puankarening bu ishida nisbiylik nazariyasining asosiy g'oyalari oldinga surilganiga qaramay, nisbiylik nazariyasining asosiy yaratuvchisi sifatida birinchi navbatda A.Eynshteyn esga olinadi. Uning 1905 yil sentyabr oyida nashr etilgan maqolasida nazariyaning asosiga nisbiylik prinsipi va yorug'likning bo'shliqdagi tezligini doimiyligi asos qilib olinadi, vaqt va masofalarni o'lchash qoidalari kiritiladi va ularning nisbiyligi ko'rsatiladi, bunday yondoshishda efir tushunchasiga zaruriyat yo'qligi aytiladi. Nisbiylik g'oyalarini fiziklar orasida tan olinishiga aynan Eynshteynning maqolasi muhim axamiyat kasb etgan.

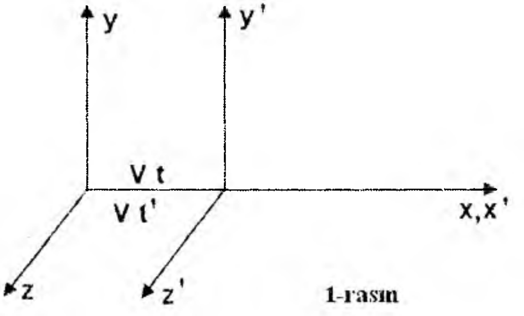
Nisbiylik nazariyasini rivojlanishida bundan keyin ko'p olimlar hissa qo'shan bo'lsada, ularning orasida Minkovskiyning hissasi o'zgachadir. Aynan Minkovskiy nisbiylik nazariyasiga adekvat bo'lgan to'rt o'lchamli fazoni taklif etgan.

Ushbu qo'llanmada nisbiylik nazariyasini qisqacha bayon qilishga urinilgan.

§2. Klassik fizikada nisbiylik prinsipi.

Moddiy nuqtaning fazoviy vaziyati, yoki boshqacha aytganda - koordinatasi, sanoq sistemasiga bog'liq. Bir moddiy nuqtani turli sanoq sitemalaridan kuzatib, uning turli xarakteristikalari haqida, ularning *invariant* yoki *nisbiyligi haqida* xullosa chiqarish mumkin. Jumladan klassik fizikada moddiy nuqtaning koordinatasi, tezligi, impulsi, energiyasi nisbiy, sanoq sistemasiga bog'liqdir. Massa, vaqt oralig'i va masoflar esa – invariant, sanoq sistemasiga bog'liq emasdir. Klassik fizikada Galiley nisbiylik prinsipi yozilgan. Shularni ko'rib chiqaylik.

Sanoq sistemasi deganda biror jism bilan bog'langan koordinata sistemasi tushuniladi. Bunday sistema boshqa jismlarning holatini, harakatini o'rganish uchun kiritiladi. ***Mantiqan barcha inersial sanoq sistemalar teng huquqli bo'lishi kerak, ularda mexanik harakat bir xil qonunlar bo'yicha ro'y berishi kerak.*** Galiley nisbiylik prinsipi shundan iborat.



1-rasm

Nisbiylik hodisalarini tekshirish uchun *doimiy* V nisbiy tezlik bilan harakatlanuvchi ikki sanoq sistemasi (K va K') kiritiladi, ularning mos o'qlari parallel yo'naltirilib, x o'qi nisbiy tezlik yo'nalishida joylashtiriladi (1-rasm). Boshlang'ich paytda ($t=0$) koordinata o'qlari ustma-ust tushadi, shuning uchun ixtiyoriy nuqtaning ikki sanoq sistemasidagi koordinatalari teng bo'ladi: $r = r'$. Aniqlik uchun K' sistema K sistemaga nisbatan x o'qi bo'ylab V tezlik bilan harakatlansin. Koordinata boshlari orasidagi masofa Vt qonuniyat bo'yicha ortib boradi, ixtiyoriy nuqtaning ikki sistemadagi x koordinatalari ham shu masofaga farq qila boshlaydi, boshqa koordinatalarda farq bo'lmaydi:

$$x = x' + Vt', \quad y = y', \quad z = z', \quad t = t'. \qquad (1)$$

Nuqtaning tezliklarini solishtirmoqchi bo'lsak, (1) dagi koordinatalardan vaqt bo'yicha hosila olish kerak:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx'}{dt} + V \text{ ,ёè } \vartheta_x = \vartheta_x' + V, \ \vartheta_y = \vartheta_y', \ \vartheta_z = \vartheta_z'. \qquad (2)$$

Bu tengliklar Galiley almashtirishlari deb ataladi. Ulardan $\vartheta_x = \vartheta_x' + V$ tenglikni tezliklarni qo'shish formulasi deyiladi.

Ikki voqea x' o'qining x_1' va x_2' nuqtalarida ro'y bergan bo'lsin, ular orasidagi masofa $x_2' - x_1'$ bo'lsin. Bu voqealarning K sanoq sistemasidagi koordinatalari x_1 va x_2 (1) almashtirish formulalari bo'yicha boshqacha bo'ladi, lekin ular orasidagi masofa $x_2 - x_1 = x_2' - x_1'$ o'zgarmaydi - masofalar klassik fizikada invariant hisoblanadi.

Galiley almashtirishlarida turli sanoq sistemalaridagi vaqt bir xil kechadi, vaqt va vaqt oraliqlari absolyut, barcha sanoq sitemalaridagi hodisalarni bir vaqt bo'yicha o'lchash mumkin deb hisoblangan ($t = t'$). Vaqt haqidagi bu tushunchalar klassik fizikaning poydevorini tashkil etgan. Keyinchalik amalga oshirilgan tahlil jismlarning holatini, harakatini o'rganish uchun qo'llanuvchi signal, yorug'lik kuzatuvchiga cheksiz tezlik bilan etib kelsa, absolyut vaqt haqidagi tushuncha o'rinli bo'lishini asoslagan. Bunday tabiiy tushunchalarni shubhaga oluvchi olimga ilmiy salohiyatdan tashqari dovyuraklik ham zarur bo'lgan.

Masalalar.

1. Velosiped tez yurayotganda uning g'ildiraklaridagi spisalarning ko'pi ko'rinmay qoladi, faqat pastki spisalar ko'rinadi. Hodisani tushuntiring.
2. Dengizdagi ikki kemaning tezliklari ϑ_1 va ϑ_2 kemalarni birlashtiruvchi chiziq bilan α va β burchaklar hosil qiladi. Kemalar orasidagi boshlang'ich masofa l bo'lsa, ular bir – birdan qanday eng kichik masofada o'tib ketadi?
3. Olti quyon bir nuqtadan olti simmetrik yo'nalishda bir xil tezlik bilan uzoqlashmoqda. Ularning tezliklarini vektorlar bilan tasvirlang. Quyonlarning biriga nisbatan qolganlarining tezligi qanday bo'ladi?

4. Kosmik bulutdagi A zarra tinch turibdi, qolganlari A dan $\vartheta = ar$ tezliklar bilan uzoqlashmoqda (a – doimiy son, r - A zarragacha masofa). Boshqa, B zarraga nisbatan bulut zarralarining harakati qanday bo'ladi?

Echim.

A zarraga nisbatan boshqalarining tezligini vektor tarzda tasvirlaylik: $\vartheta = ar$. Jumladan B zarraning koordinata va tezligi r_B va $\vartheta_B = ar_B$. Koordinata boshi B zarradan iborat bo'lgan koordinata sistemasiga o'tamiz. Buning uchun barcha zarralarning koordinatalariga $-r_B$, tezliklariga - ar_B qo'shamiz. Bu holda B zarraning koordinatasi ham, tezligi ham nol bo'ladi, zarra koordinata boshida turadi. Boshqa zarralarning yangi markazga nisbatan koordinata va tezliklarini "`" belgi bilan belgilaymiz. $r' = r - r_B$, $\vartheta' = \vartheta - \vartheta_B = a(r - r_B) = ar'$.

Shunday qilib V zarraga nisbatan boshqa zarralar ham masofaga proporsional tezliklar bilan uzoqlashayotgan bo'lar ekan. Galiley almashtirishlari yordamida masala hal qilindi.

Bu masala Xabbl qonuniga ko'ra bir-biridan uzoqlashayotgan galaktikalarni tasvirlaydi, ya'ni – kengayayotgan olam modelini tasvirlaydi.

§3. Klassik dinamikada nisbiylik masalalari

Klassik dinamikaning ilmiy asoslarini Isaak Nyuton yaratgan.

Nyutonning birinchi qonuniga ko'ra *kuch ta'sir etmayotgan moddiy nuqta tinch holatini yoki doimiy tezlik bilan ilgarilanma harakat holatini saqlaydi.*

Nyutonning ikkinchi qonuniga ko'ra, *jismning tezlanishi jismga ta'sir etayotgan tashqi kuchga proporsional jism massasiga teskari proporsionaldir:*

$$w = F / m. \tag{3}$$

(3) ga $F = 0$ kuchni qo'yib ko'rsak, $w = 0$, $\vartheta = const$ natijani olamiz, yani Nyutonning birinchi qonuni kelib chiqadi.

Ko'rinib turibdiki, Nyuton qonunlari yaxshi sanoq sistemalar uchun, yoki ilmiy til bilan aytganda *inersial sistemalar* uchun yozilgan: *inersial sanoq sistemalari deb Nyutonning ikki qonuni bajariladigan sanoq sistemalariga aytiladi*. Bu qonunlar bajarilmaydigan sanoq sistemalar noinersial deb ataladi. Ya'ni burilayotgan avtobusda odam o'zini avtobusga nisbatan tinch holatini saqlashi oson emas, uni hech qanday boshqa jismlar turtmasa ham yiqilib tushishi mumkin. Inersial sistemalarga nisbatan aylanayotgan, yoki tezlanish bilan harakatlanayotgan sistemalar noinersial bo'ladi.

Tezlanish - jism koordinatasidan vaqt bo'yicha olingan ikkinchi darajali hosiladir: $w = d^2r/dt^2$. Bu hosilaga (1) Galiley almashtirishlarini qo'yib, ikki sanoq sistemasidagi tezlanishlar tengligini ($w = w'$) topamiz. Klassik fizikada kuch va massa sanoq sistemasiga bog'liq bo'lmagan, invariant miqdorlar deb hisoblanadi, unda moddiy nuqtaning harakat tenglamasi barcha inersial sanoq sitemalarida bir xil ekanligini, yani *kovariant* ekanligini topamiz:

$$w = w' = F/m. \qquad (4)$$

Mexanik hodisalar barcha inersial sanoq sistemalarida bir xil qonunga ko'ra ro'y beraradi. Galiley nisbiylik prinsipi va Nyuton qonunlari inersial sanoq sistemalari uchun yozilgan.

Klassik mexanika yuksak rivojlangan bo'lib, insoniyatga kerak turli soxalarda o'z effektivligini tasdiqlagan. Astronomiya va kosmanavtikaga doir hisoblashlar ham aynan klassik mexanika yordamida bajariladi. Shuning uchun yaratilishi mumkin bo'lgan yangi mexanika klassik mexanikani inkor etmasdan, balkim kichik tezliklar uchun klassik mexanika qonunlarini tasdiqlashi kerak.

Savol va masalalar.

1. Nima uchun inersial sanoq sistemalar ko'proq qo'llaniladi?
2. Klassik fizikadagi nisbiy va invariant miqdorlarni sanab bering.
3. Noinersial sistemada kuch tezlanishning sababchisi deyish mumkinmi?
4. Daryo suvi qirg'oqqa nisbatan ϑ_1 tezlik bilan oqmoqda. Qayiq suvga nisbatan ϑ_2 tezlik bilan qirg'oqqa nisbatan tik yo'nalishda suzmoqda. Galiley almashtirishlaridan foydalanib, qayiqning qirg'oqqa nisbatan tezligini toping.
5. Moddiy nuqta $g = 9.8 m/s^2$ tezlanish bilan bir yil harakatlansa, uning tezligi qanday bo'ladi?
6. K va K' sanoq sistemalarining markazlari bir joyda bo'lib, $t = 0$ paytda ularning o'qlari ustma ust tushgan. K' qo'zg'almas sistemada x' o'qidagi x' nuqtada koordinatalik A nuqta joylashgan. K sanoq sistemasi z o'qi atrofida ω burchak tezligi bilan aylansa, A nuqtaning koordinatasi, tezligi va tezlanishini toping. K' va K sanoq sistemalarida A moddiy nuqtaning harakat tenglamasi qanday yozilishi mumkin?

2-bob. XUSUSIY NISBIYLIK NAZARIYASI

§4. Nisbiylik nazariyasining g'oyaviy asoslari. Yorug'lik tezligini doimiyligi

A.Eynshteyn nisbiylik nazariyasini yaratishda ikki asosiy g'oyaga asoslangan:

- Nisbiylik prinsipi faqat mexanik hodisalar uchun emas, balkim barcha fizik hodisalar uchun o'rinli;
- Yorug'lik tezligi doimiy.

Dastlab olimlar yorug'lik tezligi cheksiz deb hisoblagan. Yorug'lik tezligini chekli ekanligi haqida qadimdan fikr bildirilgan, jumladan bu haqda teleskop ixtirochisi Galiley yozgan. 1676 yil daniyalik astronom O.Remer Yupiter yo'ldoshlarining tutilishidagi kechikishni sezgan, hodisani Yerning yillik harakati bilan tushuntirib, yorug'likni dastlabki taqribiy qiymatini hisoblagan. Shundan beri yorug'lik tezligini qiymati ko'p marta o'lchanib, qiymati aniqlashtirilgan. Bu jarayonda 1881 yildagi Maykelson tajribasi muhimdir, uning natijasiga ko'ra yorug'lik tezligini qiymati uning yo'nalishiga va Yerning harakatiga bog'liq emas ekan, bu esa yorug'likni tarqalish muhiti – efir haqidagi o'sha paytda mavjud tasavvurlarni rad etardi. Hozirgi paytga kelib, yorug'lik tezligi lazer nurlari ishtirokida ishlaydigan maxsus qurilmalarda katta aniqlikda o'lchanadi. Ularni umumlashtirgan Xalqaro astronomlar ittifoqining 17 assambleyasi (1979 yil) yorug'lik tezligini quyidagi aniq qiymatini qo'llashga tavsiya etgan:

$$c = (299\ 792\ 458 \pm 1.2)\, m/s \tag{5}$$

Bu tezlikni o'lchanish aniqligi ($\pm 1{,}2\ m/s$) astronomiyada uchraydigan tezliklardan ($\approx 100\, km/s$) 4- 5 tartibga kichikroq.

Yorug'lik tezlgini aniqlash bo'yicha tajribalar ko'p qo'yilgan, muhimi ularda yorug'lik tezligini yo'nalishga va manba'ni tezligiga bog'liqligi sezilmagan, to'lqinlarni chastotasini katta oraliqda o'zgarishi ham, yorug'likni intensivligi ham, yo'lda elektr va magnit maydonlarni mavjudligi ham yorug'lik tezligiga ta'sir etmas ekan.

Maksvell elektrodinamikasida elektromagnit to'lqinlar tenglamasi keltirib chiqariladi. Tenglamada to'lqin tezligi c ishtirok etadi. Lekin bu tezlik to'lqin manba'siga nisbatan tezlikmi, yoki kuzatuvchiga nisbatan tezlikmi, aytish qiyin. Yorug'lik tezligini doimiyligi haqidagi postulat bu muammoni hal qiladi.

Yorug'lik tezligini doimiyligi haqidagi postulat tezliklarni qo'shish klassik formulasi bilan keskin ziddiyatga keladi. Osmondagi yulduzlarning bir qismi qo'shaloq yulduzlardan iborat. Ular o'zaro tortishib, bir – birini atrofida aylanadi. Aylanish davri T yyerdagi o'lchov bo'yicha yuz yillardan to bir necha kungacha bo'lishi mumkin. Aylanish tezligi ϑ bo'lsin. Yulduzlardan biri bizdan uzoqlashayotgan bo'lsa, undan kelayotgan yorug'lik tezligi *klassik tasavvurlar* bo'yicha yulduz tezligiga kamayishi kerak: $c-\vartheta$, yulduz yaqinlashayotgan bo'lsa – oshishi kerak: $c+\vartheta$. Yulduzgacha masofa 100 yorug'lik yili ($l=100$yil*s$\approx 9.46\cdot 10^{17}m$), bo'lsin. U holda qo'shaloq yulduzdan birinchi bo'lib tezligi kattaroq bo'lgan yaqinlashayotgan yulduzning nuri etib kelishi kerak: $t_1=l/(c+\vartheta)$, so'ngra uzoqlashayotgan yulduzning nuri etib kelishi kerak: $t_2=l/(c-\vartheta)$, farq: $t_2-t_1\approx 2l\vartheta/c^2$. Yulduzning tezligi $\vartheta=30km/s$ desak, $t_2-t_1\approx 7.3$ sutka natijani hisoblaymiz. Yulduz tezligi kattaroq bo'lsa farq yanada kattaroq chiqadi. Ikki yonma – yon yulduzdan bir vaqtda chiqqan to'lqinlar o'zaro shunday kechikib etib kelsa, bu ajoyib astornomik kashfiyot bo'lardi. Haqiqatda esa bunday g'aroyibotlar kuzatilmagan, demak manba'ni tezligi yorug'lik tezligiga qo'shilishi haqidagi *klassik tasavvur to'g'ri emas* ekan. Bu esa Eynshteynni ikkinchi postulatini tasdiqlaydi.

Shuni aytib ketish kerakki, tezliklarni qo'shish klassik formulasi umumiy holda to'g'ri emas, kichik tezliklar bilan ish ko'rilganda minglab-millionlab misollarda bu formula o'z vazifasini bajaraveradi.

Savollar:

1. Yorug'lik tezligining zamonaviy qiymati qanday nisbiy xatolikka ega?
2. Qanday astronomik misol tezliklarni qo'shish klassik formulasini inkor qiladi?

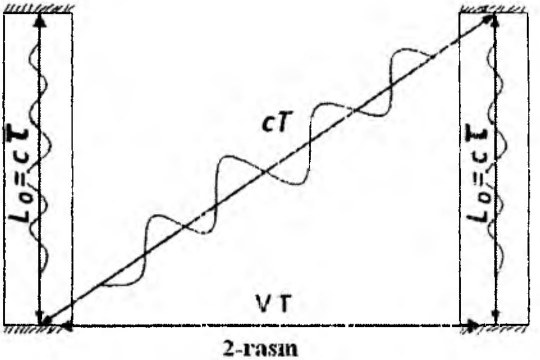
§5. Vaqtni o'lchash muammosi

Yorug'lik tezligini cheklangan va doimiyligi har qanday voqealarni vaqtini o'lchash uchun yaroqli bo'lgan absolyut vaqt haqidagi tasavvurni inkor etadi. Bunday xol hodisalarni vaqtini o'lchash qoidalarni ko'rib chiqishni talab qiladi. A.Eynshteynni nisbiylik nazariyasiga bag'ishlangan dastlabki maqolasini (A.Eynshteyn, Sbornik nauchных trudov, M.,Nauka,1965) boshidagi 1§ "Bir vaqtlilik" deb ataladi, chunki shunday soddaga o'xshagan tushuncha ham nisbiylik nazariyasida murakkablikka ega.

Eynshteynning vaqtni o'lchash masalalari haqidagi mulohazalari quyidagi xulosalarga olib keladi:

- Hodisaning davomiyligi hodisa ro'y bergan joyda sanoq sistemasiga nisbatan qo'zg'almay turgan soat bo'yicha o'lchanishi kerak;
- Turli joyda ro'y bergan voqealar vaqti o'sha joylarda turgan soatlar bo'yicha o'lchanishi kerak;
- Turli joyda turgan soatlar sinxronizasiya qilinishi kerak. Masalan, koordinata markazidan chiqarilgan signal turli soatlar oldida qabul qilinib, soatlar signalni yo'liga ketgan vaqtni hisobga olgan holda to'g'rilanishi (sinxronlanishi) kerak.
- Hodisalarni boshqa, harakatdagi sanoq sistemasidan kuzatilsa, vaqt yangi sistemada qo'zg'almay turgan soatlar yordamida o'lchanishi kerak. Ikki sistemadagi vaqt solishtirilishi uchun ular biror damda (bir-birini yonidan o'tib ketayotgan vaqtda) o'zaro sinxronizasiyalanishi kerak.

Nisbiylik nazariyasida vaqtni o'lchash yorug'lik tezligining doimiyligiga asoslanadi. Bir-biridan l_0 masofada parallel o'rnatilgan ko'zgularni tasavvur qiling (2-rasm). Bunday soatning bir uchidan chiqqan qisqa nur impulsi ikkinchi uchiga $\tau = l_0/c$ vaqt ichida etib boradi. Ko'zgular qo'zg'almay turgan sistemada o'lchangan bu *vaqt xususiy* vaqt deb ataladi, l_0 esa qo'zg'almas chizg'ichning uzunligi deb yuritiladi. Nur ikki kuzgu orasida borib-kelib turganda, nurni soatning bir uchiga kelishi soatning bir "chiqillashi" bo'lib, τ esa vaqt birligi bo'lib hizmat qiladi.



2-rasm

Ushbu soatni $-V$ tezlik bilan harakatlanayotgan sanoq sistemasidan kuzataylik. Bu sistemada soatimiz $\vartheta = V$ tezlik bilan harakatlanayotgan bo'ladi. Bunday sistemani laboratoriya sanoq sistemasi deb ataladi. V tezlik soatga tik bo'lsin, bu holda soatning uzunligi ikki sanoq sistemasida ham bir xil $l_0 = c\tau$ bo'ladi. Yorug'lik tezligi ikki sistemada ham bir xil bo'ladi, lekin ikkinchi holda soat harakatda bo'lib, nur soatning ikkinchi uchiga etgunicha ko'proq yo'l yuradi, demak yo'lga ko'proq vaqt sarflaydi. Bu vaqtni T deb belgilaylik. Bu vaqt davomida soat VT yo'l yurishga, nur esa cT masofani o'tishga ulguradi.

Nurning yo'lini boshqa usulda ham hisoblashimiz mumkin: 2-rasmdagi uchburchakka ko'ra bu yo'l $\sqrt{c^2\tau^2 + V^2T^2}$ ga teng. Ikki usulda hisoblangan masofalarni tenglab, soat haraktda bo'lgan va tinch turgan sanoq sistemalaridagi vaqtlar orasidagi munosabatni topamiz:

$$T = \frac{\tau}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}. \tag{5}$$

Ikki voqea orasidagi vaqt oralig'ini turli sanoq sistemalarida o'lchash mumkin, natijalar bir-biridan farq qiladi. Ularning orasida xususiy vaqt τ eng kichik bo'ladi. Shunday qilib nisbiylik nazariyasida vaqt oraliqlari ham nisbiy miqdor ekan. Harakatdagi soat xuddi shunday tinch turgan soatdan orqada qoladi.

Sanoq sistemalari orasidagi tezlik V yorug'lik tezligidan ko'p marta kichik bo'lgan hollarda T xususiy vaqtdan kam farq qiladi, farqni kichik tuzatish, relyativistik tuzatish deb nomlash mumkin. Lekin yadro, elementar zarralar fizikasida tezligi yorug'lik tezligiga yaqinlashadigan zarralar uchraydi. Ular uchun labaratoriya sanoq sistemasidagi T vaqt xususiy vaqt τ dan ko'p marta farq qilishi mumkin.

Laboratoriya sanoq sistemasida $\vartheta = -V$ bo'lgani uchun (5) munosabat sanoq sistemalari orasidagi tezlik V orqali emas, jismning tezligi ϑ orqali yozilishi ham mumkin.

Savol va masalalar.

1. Xususiy vaqt qanday sanoq sistemasida o'lchanadi?
2. Laboratoriya sanoq sistemasi deb nimaga aytiladi?
3. Erning sun'iy yo'ldoshidagi soat qancha vaqt ichida yerdagi soatdan 1 s ortda qoladi?
4. Hasan va Husan egizaklarning yoshi 20 bo'lganida astronavt Husan uzoq yulduz tomon parvoz etdi. Yulduzgacha masofa 40 yorug'lik yiliga teng, kosmik kemaning tezligi 0.99c ga teng. Husan sayohatdan qaytganida egizaklarning yoshlari nechada bo'ladi?

Echim.

Odatdagi (klassik) tasavvurlar bo'yicha egizaklarning yoshi teng bo'lishi kerak. Yulduzga borib kelish uchun 2*40y/0.99c=80,8 yil vaqt kerak, egizaklarning boshlang'ich yoshi bilan qo'shib, 108.8 yoshni hosil qilamiz.
Nisbiylik nazariyasiga ko'ra yyerdagi Hasan samodagi Husanning soati sekinroq yurayotganini biladi, sekinlashish yyerdagi soatga nisbatan $\sqrt{1-0.99^2} \approx 0.141$ marta bo'ladi, demak yyerdagi 80.8 yil davomida (labarotoriya sistemasidagi vaqt) Husanning soati (xususiy vaqt) 80.8*0.141=11.4 yilni ko'rsatadi. Sayohatning oxirida Husan 20+11.4=31.1 yoshda bo'lib, 108.8 yoshli egizak Hasan akasini ko'rishi mumkin.
Masaladan xulosa shuki, ko'proq va tezroq sayoxat qiling, ko'pni ko'rib, kamroq qariysiz.

5. Tezliklari $\vartheta_1 = 0.5c$ bo'lgan pionlar (elementar zarralar) parchalanib ketguncha o'rtacha $l_1 = 0.7m$ masofaga borishadi. Tezliklari $\vartheta_2 = 0.999c$ bo'lgan zarralar o'rtacha qanday masofaga uchib borishadi?

Echim.
Tinch turgan pionlarni parchalanib ketish vaqti τ bo'lsin. Ularni tezligi ϑ_1 bo'lganida yashash vaqti $\tau / \sqrt{1-\vartheta_1^2/c^2}$, uchib boradigan o'rtacha masofasi $l_1 = \tau\vartheta_1 / \sqrt{1-\vartheta_1^2/c^2}$ bo'ladi. Tezligi ϑ_2 bo'lgan pionlar o'rtacha $l_2 = \tau\vartheta_2 / \sqrt{1-\vartheta_2^2/c^2}$ masofaga uchib boradi. Ohirgi tengliklardan τ ni yo'qotsak: $l_2 = l_1\vartheta_2\sqrt{1-\vartheta_1^2/c^2} / \vartheta_1\sqrt{1-\vartheta_2^2/c^2}$.

§6. Masofalarni o'lchash muammosi

Klassik fizika Evklid geometriyasidan foydalanadi. Biror chizg'ichning uzunligi chizg'ich tinch turibdimi, harakatdami, bir xil deb hisoblanadi. Nisbiylik nazariyasida yorug'lik tezligining doimiyligini aytilgandan keyin, vaqtni o'lchash qoidalari kiritilgandan keyin, chizg'ich uzunligini o'lchash qoidalari ham aniqlashtirilishi kerak.

Qo'zg'almas chizg'ichning uzunligini uning yoniga etalon chizg'ichni joylashtirib o'lchash mumkin. Ikkinchi tomondan yorug'lik tezligining absolyut (invariant) xarakteridan foydalanib, tajriba qo'yish mumkin: chizg'ichning A uchidan nur chiqariladi. Nur chizg'ichning B uchidagi kuzgudan akslanib, A uchiga qaytib kelsin, yo'lga τ xususiy vaqt sarflansin. Unda qo'zg'almas chizg'ichning uzunligi $l_0 = c\tau/2$ bo'ladi. Ikki natijalarning tengligiga shubha yo'q.

Chizg'ich uzunligi yo'nalishida V tezlikda harakatda bo'lsin. Agar uning uzunligini uning yoniga etalon chizg'ich qo'yib o'lchasak, ikki chizg'ich o'zaro qo'zg'almas bo'ladi, natija avvalgi o'lchov bilan bir xil bo'ladi. Demak harakatdagi chizg'ichning uzunligini boshqacha usul bilan o'lchash kerak ekan.

Harakatdagi chizg'ichning uzunligini qo'zg'almas etalon chizg'ich yordamida o'lchash uchun uning harakatda ekanligini unutmaslik kerak va ikki uchining koordinatalarini qo'zg'almay turgan etalon chizg'ichga *proeksiyalarini bir vaqtda* o'lchash kerak (quyida bu qoida kerak bo'ladi). Chizg'ichning l uzunligini nur yordamida ham o'lchash mumkin.

Yorug'likning tezligi doimiy c ekanligini ishlatib, chizg'ich uchlarini harakatda ekanligini aniq hisobga olamiz. Nur chizg'ichni bir uchidan chiqib ikkinchi uchiga etguncha t_1 vaqt sarflasin, bu vaqt ichida chizg'ichni ikkinchi uchi Vt_1 masofaga siljiydi, demak: $ct_1 = l + Vt_1$. Nur qaytayotganda chizg'ichnig birinchi uchi Vt_2 masofaga siljib, nurning yo'li kamayadi: $ct_2 = l - Vt_2$. Ikki tenglikdan nurni yo'lga sarflagan umumiy vaqtni: $\Delta t = t_1 + t_2$, so'ngra chizg'ich uzunligini topamiz:

$$l = \frac{c}{2}\Delta t\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right).$$

(5) tenglikdan foydalanib, laboratoriya sistemasidagi vaqt Δt ni xususiy vaqt τ orqali ifodalaylik:

$$l = \frac{c}{2}\frac{\tau}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) = \frac{c\tau}{2}\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}.$$

Natijani qo'zg'almas chizg'ichning uzunligi l_0 orqali ifodalasak:

$$l = l_0\sqrt{1 - V^2/c^2}. \qquad (6)$$

Bu formula harakatdagi chizg'ichning uzunligini (laboratoriya sanoq sistemasidagi masofani) harakatsiz chizg'ichnikidan qisqaroq bo'lishini ko'rsatadi. Bu hodisani masofalarning Lorens qisqarishi deyiladi.

Masalalar.

1. 5§ dagi 4-masalada masofalarning Lorens qisqarishi ro'y beradimi?

Echim.

Kemadagi astronavt soatining yurishida hech qanday o'zgarishni sezmaydi. Lekin kema 0.99s tezlikka erishishi bilan mo'ljaldagi yulduzgacha masofani o'zgarib qolganligini, Lorens qisqarishi tufayli masofa $l=40c\sqrt{1-099^2}=5.64c$ yorug'lik yiliga teng bo'lib qolganini sezadi. Bu masofaga borib kelish uchun 2*5.64/0.99=11.4 yil vaqt sarflab, 31.4 yoshida Eerga qaytadi va 108.8 yoshli egizak akasini uchratishi mumkin.

2. Chizg'ich kuzatuvchining oldidan yorug'lik tezligining yarmiga teng bo'lgan tezlik bilan o'tmoqda. Agar chizg'ich bilan uning tezligi orasidagi burchak α bo'lsa, uning uzunligi burchakka qanday bog'liq?
3. Bir metrli chizg'ich kuzatuvchining oldidan tez bo'ylama o'tayotganda uning uzunligi 0.7m ekanligi o'lchangan. Chizg'ichning tezligi qanday bo'lgan?
4. ϑ_1 tezlik bilan bo'ylama harakatlanayotgan chizg'ichning uzunligi l_1 ga teng. Chizg'ich ϑ_2 tezlik bilan harakatlansa, uning uzunligi qanday bo'ladi?

§7. Interval va uning invariantligi

Evklid geometriyasiga ko'ra fazodagi ikki nuqta orasidagi masofa koordinata usulida $\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2+\Delta z^2}$ ifoda bilan aniqlanadi, klassik fizikada masofa invariant miqdor hisoblanadi. Nisbiylik nazariyasida vaqt ham fazoviy koordinatalar kabi muhim axamiyat kasb etadi. Voqealar fazoviy koordinatalardan tashqari ro'y bergan vaqtlari va ular orasidagi oraliq (Δt) bilan xarakterlanadi. Fazoviy masofalarga qiyoslagan ravishda to'rt o'lchamli masofa – interval tushunchasi kiritiladi:

$$\Delta s=(c^2\Delta t^2-\Delta x^2-\Delta y^2-\Delta z^2)^{1/2}. \qquad (7)$$

Bu yerda c ifodalarning birliklarini moslash uchun kiritilgan, hadlarning turli ishora bilan ishtirok etishi vaqt va fazoviy koordinatalar orasida katta farq borligidan darak beradi.

Interval tushunchasining muhimligini quyidagi misolda ko'rishimiz mumkin. Voqealarning birinchisi fazoning biror nuqtasidan yorug'lik chiqishidan iborat bo'lsin. Δt vaqt oralig'idan so'ng bu yorug'lik $c\Delta t$ radiuslik sferaning barcha nuqtalariga etib borishi mumkin – bu ikkinchi voqea bo'lsin. Sferaning radiusini koordinatalar orqali ifodalasak, ko'rilayotgan ikki voqea uchun masofalar teng, va ularning ayirmasi nolga tengdir. Bundan: $\Delta s=(c^2\Delta t^2-\Delta x^2-\Delta y^2-\Delta z^2)^{1/2}=0$ intervalning nolga tengligini topamiz. Yorug'lik tezligi invariant miqdor bo'lgani uchun interval barcha sanoq sistemalarida nolga teng va xususiy holda invariant miqdor bo'ladi.

Ixtiyoriy intervalning invariantligini isbotlaylik.

Bir-biriga cheksiz yaqin ikki voqea uchun interval differensiallar orqali ifodalanadi:

$$ds = (c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2)^{1/2}.$$

Yuqorida ko'rsatilganidek, biror sistemada $ds = 0$ bo'lsa, ixtiyoriy boshqa sistemada ham $ds' = 0$ bo'ladi. Bundan esa ds^2 va ds'^2 cheksiz kichik miqdorlar orasida proporsionallik borligi kelib chiqadi:

$$ds^2 = a\,ds'^2.$$

a - koeffisient sanoq sistemalar orasidagi tezlikning moduliga bog'liq bo'lishi mumkin, lekin tezlikni yo'nalishiga, vaqt va koordinatalarga bog'liq bo'lishi mumkin emas. Aks holda vaqt va fazoning birjinsliligi, fazoning izotropligiga zid bo'lar edi. Demak $a(V)$ ekan.

K, K_1 va K_2 sanoq sistemalarini ko'raylik. V_1 va V_2 tezliklar K_1 va K_2 sanoq sistemalarning K sistemaga nisbatan tezligi bo'lsin. Unda $ds^2 = a(V_1)ds_1^2$, $ds^2 = a(V_2)ds_2^2$. Shu kabi K_1 va K_2 sistemalardagi intervallarni solishtirish mumkin: $ds_1^2 = a(V_{12})ds_2^2$. Tengliklarni solishtirib, quyidagi munosabatni topamiz:

$$a(V_{12}) = a(V_2)/a(V_1).$$

Unga ko'ra tenglikni chap tarafi V_1 va V_2 tezliklarni orasidagi burchakka bog'liq bo'lishi kerak, o'ng taraf esa burchakka bog'liq emas degan xullosaga olib keladi. Bu ziddiyat oradagi koeffisientni tezlikka bog'liqligini inkor etadi, koeffisient doimiy va 1 ga teng bo'lishi kerak:

$$ds^2 = ds'^2, \qquad (8)$$

bu esa intervalning invariantligini isbotlaydi.

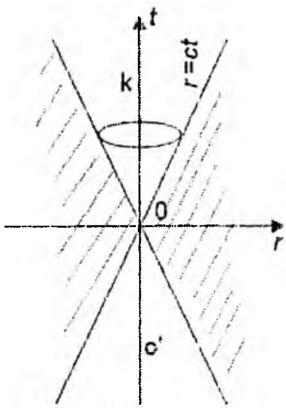
Interval nisbiylik nazariyasida yorug'lik tezligidan keyin topilgan birinchi invariant miqdordir.

Interval tushunchasi Evklid fazosidagi nuqtalar orasidagi masofaga o'xshaydi (interval so'zining lug'at ma'nosi oraliq degani), lekin vaqt va fazoviy koordinatalar intervalga turli ishora bilan hissa qo'shgani uchun, interval haqiqiy, nol yoki mavhum bo'lishi mumkin.

Relyativistik interval nisbiylik nazariyasining muhim kategoriyasidir. Uning yordamida yuqorida ko'rilgan vaqt va fazoviy oraliqlarning nisbiyligini ko'rsatish mumkin, boshqa muhim masalalarni echish mumkin.

Biror sistemada ikki voqea bir nuqtada ro'y bergan bo'lsa, $\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 = 0$ bo'lsa, $\Delta s = c\Delta t$ bo'lib, har qanday boshqa sanoq sistemasida ham haqiqiy bo'ladi, bunday intervalni vaqtsimon interval deyiladi. Turli voqealar sabab va oqibat sifatida bog'liq bo'lishi uchun, bunday bog'lanishlarni ilmiy o'rganilishi uchun, interval aynan vaqtsimon bo'lishi shart.

Ikki voqea biror sanoq sistemasida bir vaqtda ro'y bergan bo'lsin: $\Delta t = 0$. Bunda interval mavhum bo'ladi va fazoviy interval deb ataladi. Unda interval har qanday sistemada ham mavhum bo'lib, voqealar orasidagi masofa nur o'tishi mumkin bo'lgan masofadan ortiq bo'ladi $\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 > c^2\Delta t^2$. Bunday ikki voqea bir – biriga bog'liq bo'lmagan ravishda ro'y beradi.



3-rasm

$(\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2)^{1/2} = c\Delta t$ tenglik vaqtsimon va fazosimon intervallarni chegaralaydi. Bu tenglik sababiyat konusi deb ataladi (3-rasm). Undagi O voqea uchun o' soxadagi barcha voqealar o'tmish bo'ladi, k soxadagi voqealar kelajak bo'ladi, shtirixlangan soxadagi voqealar O voqea bilan sabab – oqibat sifatida bog'lanmagan bo'ladi.

Intervalning invariantligidan foydalanib, boshqa muhim xullosalar ham olinishi mumkin. Masalan, ikki sistemada intervalarning tengligini yozaylik (soddalik uchun nisbiy harakatga tik koordinatalar yozilmagan):

$$c^2\Delta t'^2 - \Delta x'^2 = c^2\Delta t^2 - \Delta x^2. \qquad (9)$$

K'sistemada voqealar bir nuqtada ro'y bergan ($\Delta x' = 0$), vaqt xususiy bo'lsin: $\tau = \Delta t'$. K sistemada nuqta harakatda bo'ladi va uning tezligi $\vartheta = V$ sanoq sistemalarining o'zaro tezligiga teng bo'ladi:

$$\tau^2 = \Delta t^2\left(1 - \Delta x^2 / c^2\Delta t^2\right) = \Delta t^2\left(1 - \vartheta^2 / c^2\right).$$

Ixtiyoriy sanoq sistemasidagi vaqtni xususiy vaqt bilan bog'lovchi (5) tenglikni interval hossalariga asosan keltirib chiqardik. Bu esa nisbiylik nazariyasining bayonida turli ketma – ketlik qo'llanishi mumkinligidan darak beradi.

Savollar.

1. Interval tushunchasining ma'nosi nima?
2. Evklid fazosida intervalni yozing.

§8. Lorens almashtirishlarini keltirib chiqarish

Galiley almashtirishlari klassik mexanikada ikki sanoq sistemasini bog'lagani kabi, nisbiylik nazariyasida bu vazifani Lorens almashtirishlari bajaradi. Galiley almashtirishlarida faqat koordinatalar almashtirilib, vaqt barcha sistemalar uchun bir bo'lsa, nisbiylik nazariyasida har bir sanoq sistemasining vaqti o'zgacha bo'ladi, Lorens almashtirishlari esa ular orasidagi bog'lanishni aniqlaydi. Lorens almashtirishlaridan keltirib chiqariladigan natijalarning muhimligi tufayli ular, Puankare so'zlari bilan aytganda, fizik qonun maqomiga ega.

Lorens almashtirishlari 1904 yil nashr etilgan, lekin bu yerda ularni keltirib chiqarishda Eynshteyn postulatlariga asoslanamiz.

1940 yilda nashr etilgan kitobda Pifagor teoremasining 370 isboti keltirilgan, ulardan birini Amerika prezidenti Garfild taklif etgan ekan. Bu haqda Ginnes rekordlar kitobida ma'lumot berilgan. Shu kabi Lorens almashtirishlari turli yo'llar bilan keltirib chiqarilgan. Ulardan birini ko'rib chiqamiz.

Galiley almashtirishlari quyidagicha keltirib chiqarilgan edi.

Nisbiylik hodisalarini tekshirish uchun *doimiy* V nisbiy tezlik bilan harakatlanuvchi ikki sanoq sistemasi (K va K') kiritiladi, ularning mos o'qlari parallel yo'naltirilib, x o'qi nisbiy tezlik yo'nalishida joylashtiriladi (1-rasm). Boshlang'ich paytda ($t=0$) koordinata o'qlari ustma-ust tushadi, shuning uchun ixtiyoriy nuqtaning ikki sanoq sistemasidagi koordinatalari teng bo'ladi: $r = r'$. Aniqlik uchun K' sistema K sistemaga nisbatan x o'qi bo'ylab V tezlik bilan harakatlansin. Koordinata boshlari orasidagi masofa Vt kabi oshib borib, ixtiyoriy nuqtaning ikki sistemadagi x koordinatalari ham shu masofaga farq qila boshlaydi, boshqa koordinatalarda farq bo'lmaydi:

$$x = x' + Vt', \quad y = y', \quad z = z', \quad t = t'. \qquad (1)$$

Nisbiylik nazariyasida ham shunga o'xshash K va K' sanoq sistemalaridan foydalaniladi, ular boshda ustma-ust tushgani holda vaqt o'tishi bilan ularning boshlari orasidagi masofa oshib boradi, nisbiy tezlik V ikkala sanoq sistemasi uchun faqat yo'nalishi bilan farq qiladi. Bir nuqtaning y va z koordinatalari ikki sistemada teng bo'lgani holda, x koordinata va vaqt turli sistemalarda farq qiladi.

Intervalning invariantligiga asosan (9) kabi quyidagi tenglikni yozishimiz mumkin:

$$c^2 t'^2 - x'^2 = c^2 t^2 - x^2. \qquad (10)$$

Koordinata va vaqtni almashtiruvchi shunday formulalarni topishimiz kerakki, ularga asosan (10) tenglama bajarilsin.

(10) tenglamaning o'ng tarafiga $x = x' + Vt$ Galiley almashtirishini [illegible]ib ko'raylik. Tenglikning o'ng tarafi quyidagi shaklga keladi:

$$c^2t'^2 - x'^2 - 2Vt'x' - V^2t'^2 .$$

Tenglik bajarilishi uchun vaqt ham almashtirilishi kerakligi ko'rinib turibdi. Vaqtni shunday almashtiraylikki, tenglamada $-2Vt'x'$ had qolmasin: $t = t' + Vx'/c^2$. Unda:

$$(c^2t'^2 - x'^2)(1 - V^2/c^2)$$

Vaqt va x koordinatani almashtirish formulalariga shunday $1/\sqrt{1-V^2/c^2}$ ko'paytuvchi kiritamizki, bu koeffisient ohirgi ifodadagi $(1-V^2/c^2)$ qavs bilan qisqarsin va (10) tenglik bajarilsin:

$$\boxed{x = \frac{x'+Vt'}{\sqrt{1-V^2/c^2}}, \quad ct = \frac{ct'+Vx'/c}{\sqrt{1-V^2/c^2}}, \quad y = y', \quad z = z'} . \quad (11)$$

(11) formulalar Lorens almashtirishlari deb ataladi. Ular bir hodisani koordinatalarini o'zaro V tezlik bilan harakatlanuvchi ikki koordinata sistemasidagi qiymatlarini bog'laydi. Agar Galiley almashtirishlarida faqat koordinatalar almashtirilsa, Lorens almashtirishlari vaqt va koordinatalarni bog'langan almashinishidan iborat. Tezlik V kichik $(V << c)$ bo'lganida (11) Lorens almashtirishlari Galiley almashtirishlariga aylanadi. Bu esa kichik tezliklarda klassik fizika qonunlari o'rinli ekanligidan darak beradi.

Ikinchi bir hodisa uchun (11) kabi Lorens almashtirishlarini yozaylik, so'ngra ikki almashtirish formulalarini mos ravishda ayirsak, quyidagi ifodalarni hosil qilamiz:

$$\Delta x = \frac{\Delta x'+V\Delta t'}{\sqrt{1-V^2/c^2}}, \quad c\Delta t = \frac{c\Delta t'+V\Delta x'/c}{\sqrt{1-V^2/c^2}}, \quad \Delta y = \Delta y', \quad \Delta z = \Delta z' . \qquad (12)$$

Bu (12) almashtirishlar (7) *intervalni invariant qoldiradi.*

Lorens almashtirishlarini ayrim qo'llanishlarida bir zarrani o'rganiladi va sistemalarning birida zarra tinch turadi. Ikkinchi (laboratoriya) sistemada zarraning tezligi ϑ sistemalar aro V tezlikka teskari bo'ladi: $\vartheta = -V$, shuning uchun Lorens almashtirishlari zarraning laboratoriya sistemasidagi tezligi ϑ orqali yozilishi ham mumkin.

Savollar.

1. Kichik tezliklar uchun Lorens almashtirishlari Galiley almashtirishlariga aylanishini ko'rsating.
2. Sanoq sistemalar o'zaro z o'qi bo'ylab harakatlansa Lorens almashtirishlarini yozing.
3. K' sistema koordinatalarini K sistema koordinatalari orqali ifodalovchi Lorens almashtirishlarini yozing

§9. Lorens almashtirishlarining nisbiylik nazariyasidagi o'rni

X.A.Lorens tomonidan 1904 yilda koordinata va vaqtni almashtirish formulalari, Lorens almashtirish formulalari keltirib chiqarildi. Ularga ko'ra biror voqeani bir inersial o'lchov sistemasidagi koordinatalari ma'lum bo'lsa, bu voqealarni ikkinchi inersial o'lchov sistemasidagi koordinatalarini topish mumkin edi. Lorens almashtirish formulalari elektrodinamika tenglamalarini kovariant qoldirgan holda, vaqt oralig'i, masofa va boshqa ba'zi fizik miqdorlarni harakatga bog'liqligini, nisbiy xarakterga egaligini ko'rsatdi.

Lorens almashtirishlarining tub mohiyatini A.Eynshteyn (1905 y.) yaratgan nisbiylik nazariyasida ochildi. Lorens almashtirishlarining mohiyati – nisbiylik prinsipi va yorug'lik tezligini invariantligi haqidagi postulatlarni qanoatlantiruvchi almashtirishlardan iborat ekan. Bu mohiyat ochilgandan keyin maxsus nisbiylik nazariyasiga taaluqli juda ko'p muhim masalalar Lorens almashtirishlari yordamida hal etildi.

Jumladan Lorens almashtirishlari yordamida "bir vaqtlilik" tushunchasini nisbiyligini ko'rsatish mumkin. Haqiqatan, $c\Delta t = \frac{c\Delta t' + V\Delta x'/c}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$ formulasiga ko'ra K' sistemada bir vaqtda bo'lgan ikki voqea $(\Delta t' = 0)$, K sanoq sistemasida turli vaqtda ro'y beradi: $\Delta t = V\Delta x'/c^2\sqrt{1 - V^2/c^2}$, qaysi voqea oldin ro'y berishi esa $V\Delta x'$ ko'paytmaning ishorasi bilan bog'liq. Lekin bu ikki imkoniyat sabab va oqibatga ta'sir etmaydi, chunki ko'rilayotgan holda interval fazosimon bo'lib, voqealar bir – biriga bog'liq emasdir.

$\Delta t' < 0$ bo'lsin. Ayrim hollarda ($V\Delta x'/c^2\Delta t' > 1$ bo'lganida, ya'ni fazosimon intervallar uchun) $\Delta t > 0$ bo'ladi. Ya'ni bir sistemada bir voqea avval ro'y bergan bo'lsa, ikkinchi sistemada boshqa voqea avval ro'y beradi.

Vaqtsimon intervalga ega bo'lgan voqealar uchun ketma – ketlikni bunday almashib qolishi mumkin emas. Intervalning invariantligi shuni taqazo qiladi.

Masala.

1. Harakatdagi vagonning o'rtasida turgan odam elektr zanjirni ulab, vagonning ikki uchidagi chiroqlarni bir vaqtda yoqadi. Yo'l chetida turgan kuzatuvchi qaysi chiroq birinchi yonganini kuzatadi va yonish vaqtlari qanchalik farq qiladi? Zarur miqdorlarni o'zingiz tanlang.

§10. Masofalarning nisbiyligini Lorens almashtirishlariga ko'ra keltirib chiqarish

$\Delta x = l_0$ uzunlikdagi chizg'ich K sanoq sistemasida x o'qi yo'nalishida qo'zg'almas joylashgan bo'lsin. K' sistemada bu chizg'ich harakatda bo'ladi va uning tezligi ϑ bilan ikki sanoq sistemasi orasidagi tezlik V teng bo'ladi. Harakatdagi chizg'ich uzunligini o'lchash uchun uning uchlarining koordinatalari bir vaqtda o'lchanishi kerak, demak $\Delta t' = 0$ bo'lishi kerak. U holda (12) ga asosan chizg'ichning K' sistemadagi uzunligi

$$\Delta x' = l = l_0 \sqrt{1 - V^2 / c^2} \qquad (13)$$

bo'ladi. Harakatdagi jismning bo'ylama o'lchamini bunday o'zgarishini Lorens qisqarishi deyiladi. Bunday o'zgarish V tezlikning yorug'lik tezligiga yaqin qiymatlarida, relyativistik tezliklarda sezilarli bo'ladi. Jismning y va z o'qi bo'ylab o'lchamlari harakat bilan o'zgarmaydi, demak harakat tufayli jismning shakli o'zgarib, jism harakat yo'nalishida "pachoq" bo'lib qolar ekan.

Ko'p hodisalar uchun Lorens qisqarishi sezilarli bo'lmasligi mumkin. Biz esa Lorens qisqarish muhim bo'lgan bir hodisani ko'rib chiqaylik. Kosmik nurlarda juda katta energiyalik protonlar uchraydi: $E = 10^{20} eV$, bu energiya tinch holatdagi protonning energiyasidan $\approx 10^{11}$ marta ortiqdir, tezlatgichlarda hosil qilingan protonlar energiyasidan $\approx 10^7$ marta ortiqdir (akademik E.P.Kruglyakov, www.vn.ru saytida). Bu proton uchun $\sqrt{1 - V^2/c^2} \approx 10^{-11}$ bo'lib, uning yo'li shuncha marta qisqaradi. Zamonaviy tasavvurlar bo'yicha dunyoning o'lchamlari 13.7 mlrd yorug'lik yilini tashkil etadi, biz gapirayotgan proton uchun bu yo'l 11 tartibga kamayib, 0.137 yorug'lik yilini tashkil etadi. Demak bu proton uchun butun koinot kattaga o'xshamas ekan, u o'z soati bo'yicha 50 kunda dunyoni u yonidan bu yonigacha borar ekan.

§11. Vaqt oraliqlarining nisbiyligini Lorens almashtirishlariga asosan o'rganish

(12) Lorens almashtirishlariga ko'ra ikki voqea orasidagi vaqt turli sanoq sistemalarida teng bo'lmas ekan. Masalan K' sistemada ikki voqea bir nuqtada ro'y bergan bo'lsin: $\Delta x' = 0$, u holda $\Delta t' = \Delta\tau$ vaqt *xususiy vaqt* deyiladi. K sanoq sistemasida nuqta $\vartheta = V$ tezlik bilan harakatda bo'ladi. Bu voqealar orasidagi vaqt ikki sistemada quyidagicha bog'liq ekan:

$$\Delta t = \Delta\tau / \sqrt{1 - V^2/c^2} \,. \qquad (14)$$

Ikki voqea orasidagi vaqtni turli sanoq sistemalarida o'lchansa, eng *kichik vaqt – xususiy vaqt,* jism bilan birga harakatlanuvchi soat bo'yicha o'lchangan vaqt bo'ladi. Buni jism bilan *harakatlanayotgan soatni sekinroq yurishi* deb gapirish mumkin. Vaqtni bunday sekinlashishi faqat tashqi kuzatuvchigina sezishi mumkin.

Klassik fizikada vaqt oralig'i, masofa – absolyut xarakterga ega, invariant miqdor deb qaralgan. Nisbiylik nazariyasi ularni sanoq sistemasiga, harakatga bog'liqligini, ularning nisbiy miqdorligini ko'rsatdi. Nazariya yana bir necha fizik miqdorlarning nisbiyligini ko'rsatadi. Shuning uchun ba'zilar nisbiylik nazariyasi barcha miqdorlar nisbiyligini ko'rsatadi degan fikrga borishadi.

Haqiqatan, nisbiylik nazariyasi klassik fizikada absolyut xarakterga ega deb hisoblangan qator fizik miqdorlarning nisbiyligini ko'rsatdi. Lekin shu bilan cheklanib qolmasdan, nazariya nisbiy bo'lmagan, invariant (inv) fizik miqdorlarni izlaydi, fizik qonunlarni turli sanoq sistemalarida bir – xil bo'lgan shakli, yani kovariant shaklini izlaydi. Yorug'lik tezligi kabi invariant miqdor – intervaldir.

§12. Tezliklarni qo'shish relyativistik formulasi

4-bo'limda tezliklarni qo'shish klassik formulasi umumiy holda to'g'ri emasligi haqida xullosa chiqarilgan edi. Nisbiylik nazariyasi tezliklarni qo'shish haqida nima deydi?

Tezlik – bir moddiy nuqtaning ikki holati bilan bog'liq. Bu ikki holat orasidagi koordinatalar farqi K' sanoq sistemasida $c\Delta t', \Delta x', \Delta y', \Delta z'$ bo'lsin, unda nuqtaning tezligi $\vartheta_x' = \Delta x'/\Delta t'$, $\vartheta_y' = \Delta y'/\Delta t'$, $\vartheta_z' = \Delta z'/\Delta t'$ bo'ladi. K sistemada tezliklar quyidagicha bo'ladi: $\vartheta_x = \Delta x/\Delta t$, $\vartheta_y = \Delta y/\Delta t$, $\vartheta_z = \Delta z/\Delta t$. Ikki sistemadagi miqdorlar Lorens almashtirishlari bilan bog'lanadi:

$$\Delta x = \frac{\Delta x' + V\Delta t'}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \quad c\Delta t = \frac{c\Delta t' + V\Delta x'/c}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \quad \Delta y = \Delta y', \quad \Delta z = \Delta z' \,. \qquad (12)$$

Bu yerdagi koordinatalarni vaqtga bo'lib tezliklarni topamiz:

$$\vartheta_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x' + V\Delta t'}{\Delta t' + V\Delta x'/c^2} = \frac{\vartheta_x' + V}{1 + V\vartheta_x'/c^2}, \quad \vartheta_y = \frac{\vartheta_y'\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 + V\vartheta_x'/c^2}, \quad \vartheta_z = \frac{\vartheta_z'\sqrt{1 - V/c^2}}{1 + V\vartheta_x'/c^2} \,. \qquad (15)$$

Ikki sistema o'zaro x o'qi bo'ylab haraktlanganligi uchun, tezlikning turli tashkil etuvchilarining formulalari farq qiladi. Ulardan birinchisidan tezliklarni qo'shish formulasi sifatida foydalaniladi:

$$\vartheta_{um} = \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{1 + \vartheta_1\vartheta_2 / c^2}. \qquad (16)$$

Agar tezliklardan biri (masalan ϑ_2) yorug'lik tezligi c ga teng bo'lsa, yig'indi ϑ_{um} ham c ga teng bo'ladi. Shuning uchun 4 - bo'limdagi misolda qo'shaloq yulduzlar harakatlangani bilan ulardan kelayotgan nurning tezligi o'zgarmaydi. Yulduzdan kelayotgan boshqa zarralarning tezligi yulduzning tezligiga bog'liq bo'ladi va (16) formula bo'yicha topiladi.

(16) formulani tahlili shuni ko'rsatadiki, tezliklarni ikkalasi ham yorug'lik tezligidan kichik bo'lsa, yig'indi ham yorug'lik tezligidan kichik bo'ladi: $\vartheta_1 = c - \varepsilon,\ \vartheta_2 = c - \varepsilon,\ \vartheta_{um} \approx \frac{2(c-\varepsilon)}{1 + c^2/c^2} = c - \varepsilon$. Shuning uchun moddiy zarralarning tezliklari har qanday sanoq sistemasida ham yorug'lik tezligiga etmaydi.

Savol va masalalar.

1. Tezliklarni qo'shish klassik formulasi qanday holarda qo'llanishi mumkin?
2. Bir nuqtadan yorug'lik kvanti va 0.99c tezlika ega bo'lgan zarra chiqqan. Ular orasidagi tezlikni hisoblang.
3. Bir nuqtadan 0.99c va 0.999c tezlikka ega bo'lgan zarralar chiqqan. Ular orasidagi tezlikni hisoblang.
4. Tezliklari 0.99c va 0.999c bo'lgan zarralar bir – biriga yaqinlashayotgan bo'lsa, ular orasidagi tezlikni toping.
5. Tezliklari $\vartheta_1 = 0.99c$ va $\vartheta_2 = 0.999c$ bo'lgan zarralar x va y o'qlari bo'ylab harakatlanib, bir – biridan uzoqlashmoqda. Ular orasidagi tezlikni toping.
6. Ikki samolyot 1600 va 3000 km/soat tezlik bilan bir-biriga yaqinlashmoqda. Ularning nisbiy tezligini toping.
7. Neytron stabil bo'lmagan zarra bo'lib, erkin neytron tezda proton, elektron va neytrinoga parchalanib ketadi. Tinch holatdagi neytrondan chiqqan elektron tezligi 0.8c bo'lsa, 0.9c tezlik bilan harakatlanayotgan neytrondan chiqqan elektron tezligi qanday bo'lishi mumkin?

§13. Maykelson tajribasining natijasini hisoblash

Ma'lumki, nisbiylik nazariyasining yaratilishida Maykelson-Morli tajribasi (1887) va uning natijalari muhim ahamiyatga ega. Tajriba maqsadi – efirga nisbatan harakatni sezishda edi. Dastlab bu tajribaning natijalarini hisoblashga klassik yondoshilgan, va bu hisoblarga ko'ra qurilmani fazodagi yo'nalishini o'zgartirilganda interferensiya tasviri o'zgarishi kerak edi. Lekin tajriba buni tasdiqlamadi, tasvirda o'zgarish kuzatilmadi. Tajriba natijalarini tushuntirishga intilishlar oxir oqibatada Lorens almashtirishlarini va nisbiylik nazariyasini yaratilishiga olib keldi.

Eynshteyn xususiy nisbiylik nazariyasini yaratgan paytda Maykelson va Morli tajribalaridan habari yo'qligini aytsada, ilmiy jamoatning fikriga ko'ra fiziklar orasidagi yorug'lik tezligini doimiyligi haqidagi xullosa aynan shu tajribalar bilan bog'liqdir.

Maykelson tajribasining axamiyati katta bo'lgani uchun fanda bu mavzuga qaytishlar ko'p, va 21 asrda ham tajriba natijalarini noto'g'ri talqin etish hollari uchraydi (V.I.Eliseev. Vvedenie v metodы teorii funksiy prostranstvennogo kompleksnogo peremennogo. Moskva, 1990-2003).

Biz tajriba natijalarini Lorens almashtirishlari yordamida hisoblaylik.

Maykelson interferometrining ikkita uzunligi teng (L), yo'nalishi o'zaro tik elkalari bo'lib, ikkiga bo'lingan nur ikkala yo'nalishda borib qaytadi, qo'shilib interferensiya tasvirini hosil qiladi. Qo'zg'almas interferometrda (K' sanoq sistemasi) nur ko'zguga borish va qaytish uchun $\Delta x' = \pm L$ yo'l yuradi va $\Delta t' = 2L/c$ vaqt sarflaydi. Nurning borib qaytishi uchun interferometrning ikki elkasida ham $2L/c$ vaqt zarur.

Interferometr Yer bilan birga V tezlikda harakatlanishini tekshiraylik. Interferometrning birinchi elkasining yo'nalishi qurilmaning Yer bilan birga V tezlikda fazodagi harakati yo'nalishiga mos kelsin. Tegishli Lorens almashtirishini yozaylik:

$$c\Delta t = \frac{c\Delta t' + V\Delta x'/c}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$$

Ushbu umumiy formulani Maykelson tajribasiga qo'llaymiz. Nurning ko'zguga borishi uchun $\Delta x' = L$, $c\Delta t'/2 = L$ va qaytishi uchun $\Delta x' = -L$, $c\Delta t'/2 = L$. Yuqoridagi almashtirishni ikki marta qo'llab, nurni borib kelish uchun ketadigan vaqtni hisoblaymiz:

$$c\Delta t = \frac{L + VL/c}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} + \frac{L - VL/c}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} = \frac{2L}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}. \qquad (17)$$

Ikkinchi elkadagi nur umuman olganda yo'lga boshqa ΔT vaqt sarflaydi. Bu nur interferometrning ko'zgusiga borguncha harakat yo'nalishida $V\Delta T/2$ masofa, harakatga tik yo'nalishda $\Delta z = L$ masofa o'tadi. Umumiy yo'l esa (uchburchakning gipatenuzasi) $c\Delta T/2$ bo'ladi. Pifagor teoremasidan foydalansak:

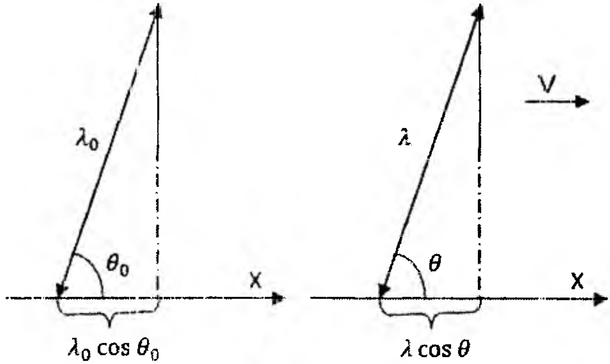
$$(c\Delta T/2)^2 = L^2 + (V\Delta T/2)^2, \quad c\Delta T = \frac{2L}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}. \qquad (18)$$

Shunday qilib nisbiylik nazariyasiga ko'ra Maykelson interferometrining ikki elkasida ham nurni yo'lga sarflaydigan vaqti harakat tezligiga bog'liq, lekin bu bog'lanish interferometrning ikki elkasi uchun ham bir xil bo'lgani uchun uni tajribada sezilmaydi. 1881 yili va bundan keyingi tajribalar ham aynan shu hisoblarni tasdiqlaydi.

§14. **Yulduzlar aberrasiyasi**

O'tmish astronomiyasi planetalardan farqli ravishda yulduzlar osmon sferasida qo'zg'almas turadi deb hisoblagan. Lekin fan rivojlanib, o'lchovlar aniqlashgan sari, yulduzlar ham o'z o'rnini ozgina o'zgartirishi sezilgan (D.Bredli, 1725). Bu hodisa yulduzlar aberrasiyasi deb ataladi. Ma'lum bo'lishicha yulduzlarni osmondagi o'rnining o'zgarishi ularning harakati bilan emas (ular harakatlansada, masofa kattaligi uchun bu harakat deyarli sezilmaydi), balki kuzatuvchini Eer bilan birga harakati tufayli ro'y berarkan, bir yil o'tishi bilan yulduz boshlang'ich nuqtasiga qaytib kelar ekan. Abberasiya siljishlari zenitdagi (tepadagi) yulduzlar uchun eng katta bo'lib, gorizontdagi yulduzlari uchun yo'q ekan.

Agar Yerdagi kuzatuvchi bilan yulduz o'zaro qo'zg'almay turganida edi, kuzatuvchi yulduzdan chiqqan yorug'lik to'lqini parametrlarini o'lchashi mumkin edi: λ_0, ν_0, T_0, yulduzni kuzatish burchagi θ_0 bo'lardi (4-rasm). Lekin yulduz ham harakatda bo'lgani, Yer ham o'z o'qi atrofida va Quyosh atrofida tinimsiz harakatda bo'lgani uchun yulduzdan kelgan to'lqinning parametrlari o'zgarib (λ, ν, T), hatto kuzatilish burchagi ham o'zgarib (θ) ko'rinadi. Shunday qilib yulduzlarning o'rnini, kuzatilish burchagini (θ) o'zgarishi nisbiy harakat bilan bog'liq bo'lib, nisbiylik nazariyasida batafsil echimga ega.



4-rasm

Yulduz qo'zg'almas, kuzatuvchining tezligi V bo'lib, x o'qi bo'ylab yo'nalgan bo'lsin. To'lqinning bir davrini ikki o'lchov sistemasida o'rganib, Lorens almashtirishlari yordamida solishtiramiz. X o'qi bo'ylab (4-rasm) siljishlar ikki sanoq sistemasida $\lambda\cos\theta$ va $\lambda_0\cos\theta_0$ bo'ladi ($\lambda/T = \lambda_0/T_0 = c$):

$$T_0 = \frac{T + V\lambda\cos\theta/c^2}{\sqrt{1-V^2/c^2}}, \quad \lambda_0\cos\theta_0 = \frac{\lambda\cos\theta + VT}{\sqrt{1-V^2/c^2}}. \tag{19}$$

Ikkinchi tenglik hadlarini birinchi tenglik hadlariga mos ravishda bo'lib yuborsak:

$$\cos\theta_0 = \frac{\cos\theta + V/c}{1+(V/c)\cos\theta}; \tag{20}$$

bu yerdan $\cos\theta$ ni topsak:

$$\cos\theta = \frac{\cos\theta_0 - V/c}{1-(V/c)\cos\theta_0}. \tag{21}$$

$\theta_0 = 0$ bo'lganida $\theta = 0$ natijani hosil qilamiz, gorizontga yaqin turgan yulduzlarni aberrasiyasi sezilmaydi.

Zenitda turgan yulduz uchun aberrasiya eng katta qiymatga ega: $\theta_0 = \pi/2$, $\cos\theta_0 = 0$, $\cos\theta = -V/c$. Erning Quyosh atrofidagi aylanma harakati uchun tezlik $V/c = 10^{-4}$, unda: $\theta = 1.570696 = \pi/2 - 0.000100$. Radian hisobidagi 0.000100 burchakni gradusli qiymati 20.6'' (sekund) ga teng. Bredli aberrasiya uchun 41'' burchakni o'lchagan edi, chunki kuzatuvda harakatdagi Erni tinch turgan Yer bilan solishtirib bo'lmaydi, balki Yerning yarim yil oraliqdagi ikki holatini solishtirib bo'ladi. Bunda Yer tezligining yo'nalishi teskarisiga o'zgarib, aberrasiya burchagi ikki marta oshadi. Yulduzni kuzatilish burchagidagi bunday o'zgarish zamonaviy astronimik kuzatuvlarda katta aniqlikda o'lchanadi.

Yer Quyosh atrofida aylanma harakat qilar ekan, uning tezligining yo'nalishi bir yilda bir marta aylanib chiqadi. Shunga mos ravishda aberrasiya burchagi ham osmon sferasida bir yilda kichik aylana yoki ellips chizadi. Yer o'z o'qi atrofida bir sutkada bir marta aylanib chiqadi. Shunga mos ravishda yulduzlarning davri bir sutkalik aberrasiyasi kuzatilishi kerak. Lekin bu holda V/c avvalgi holdagidan 60-70 marta kichik bo'lgani uchun, burchak siljishi ham shunga mos ravishda kichik bo'ladi.

Masalalar.

1. Yomg'ir tomchilari ϑ tezlik bilan tik tushmoqda. Tinch turgan va u tezlik bilan gorizantal harakatlanayotgan to'pga tegayotgan tomchilar soni qanchalik farq qiladi?
2. Shamol bo'lmaganda yomg'ir tomchilari havoning qarshiligi tufayli yerga chekli ϑ tezlik bilan tushadi. u tezlikdagi avtomobil ustidagi silindrik paqir qanday burchak ostida o'rnatilsa, yomg'ir tomchilari uning devorlariga tegmasdan, uning ichiga tushishi mumkin?
3. Shamol tezligi $10\,m/s$ bo'lganida yomg'ir tomchilari yer sirtiga 60° burchak ostida tushmoqda. Shamolning qanday tezligida tomchilar 45° burchak ostida tushadi?
4. Nima uchun yuqoridagi masalalarning echimi aberrasiya masalasining echimidan farq qiladi?

§15. Dopler effekti

Dopler effektiga ko'ra to'lqin manba'si va uni qabul qiluvchi priyomnik orasidagi nisbiy harakat tufayli priyomnikka etib kelgan to'lqin chastotasi ν manbani ν_0 chastotasiga nisbatan o'zgargan holatda qabul qilinadi. Demak Dopler effekti va yulduzlar aberrasiyasining sababi bir ekan, Dopler effektiga xos formulalarni (19) va (21) lardan foydalanib topishimiz mumkin.

(19) tenglikni chastota orqali ifodalaylik. $\nu\lambda = c,\ \nu T = 1$ bog'lanishlardan foydalanib, topamiz:

$$\frac{1}{\nu_0} = \frac{1}{\nu}\frac{1+(V/c)\cos\theta}{\sqrt{1-V^2/c^2}}.$$

$\cos\theta$ qiymatini (21) dan keltirib qo'ysak:

$$\nu = \nu_0 \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c)\cos\theta_0}. \qquad (22)$$

Shunday qilib kuzatiladigan chastota boshlang'ich chastotadan tashqari nisbiy harakat tezligi va yo'nalishiga bog'liq ekan.

Ya'ni $\theta_0 = 0, \cos\theta_0 = 1$ bo'lsa, kuzatuvchi yulduzga yaqinlashayotgan bo'lsa:

$$\nu = \nu_0 \sqrt{\frac{1 + V/c}{1 - V/c}}, \qquad (23)$$

chastotaning oshishi kuzatiladi;

$\theta_0 = \pi, \cos\theta_0 = -1$ bo'lsa, kuzatuvchi to'lqin manba'sidan uzoqlashayotgan bo'lsa:

$$\nu = \nu_0 \sqrt{\frac{1 - V/c}{1 + V/c}}, \qquad (24)$$

chastotaning kamayishi kuzatiladi. Astronomiyada uzoq galaktikalarni spektrida bu hol ko'p kuzatilib, qizil siljish deb ataladi. Unga asosan astronomik ob'ektlarni uzoqlashish tezligini aniqlanadi.

Kichik tezliklar uchun (23) va (24) ifodalarga taqribiy hisob qoidalarini qo'llab, quyidagi formulani olamiz:

$$\nu = \nu_0 (1 \pm V/c). \qquad (25)$$

Bu yyerda turli ishoralar yulduzni yaqinlashuvi va uzoqlashuviga mos keladi. Topilgan formula klassik fizikada ham keltirib chiqarilgan.

$\theta_0 = \pi/2, \cos\theta_0 = 0$ bo'lsa, yulduz harakat yo'nalishiga nisbatan tik yo'nalishda joylashgan bo'lsa (boshqacha aytganda harakat kuzatuv yo'nalishiga tik):

$$\nu = \nu_0 \sqrt{1 - V^2/c^2}. \qquad (26)$$

Bunday holda Dopler effekti bo'lishi mumkinligini faqat nisbiylik nazariyasigina bashorat qila olgan.

Savol va masalalar.

1. Aberrasiyaga xos formulada yulduzni kuzatish burchagi ishtirok etadi. Bu burchak soat sayin o'zgarib boradi. Bunda aberrasiyani bir kunda o'rganish mumkin degan xulosa chiqmaydimi?
2. Yulduzlar aberrasiyasi va Dopler effektlarini nima bog'lab turadi?
3. Yuqoridagi Dopler effektini relyativistik formulasidan klassik formulasini keltirib chiqaring.
4. Dopler effektida to'lqin uzunligining o'zgarishini ifodalovchi formula yozing.
5. Dopler effekti tovush to'lqinlarida o'rganilayotgan bo'lsa, unda yorug'lik tezligini o'rnida tovushni manbaga nisbatan, muhitga nisbatan, yoki kuzatuvchiga nisbatan tezligi qo'llanilishi kerak?

§16. To'rt o'lchovli vektorlar

Xususiy nisbiylik nazariyasining rivojlanishining keyingi pog'onasi G.Minkovskiy ismi bilan bog'liq. Gap shundaki, A.Eynshteyn yaratgan nisbiylik nazariyasi mavjud matematik apparatga asoslangan edi. Minkovskiyning 1907-08 yillarda nashr etgan ilmiy ishlarida relyativistik interval tushunchasi kiritilib, uning invariantligi ko'rsatildi, so'ngra nisbiylik nazariyasiga adekvat bo'lgan to'rt o'lchovli fazo – Minkovskiy fazosi kiritildi, va unga asosan nisbiylik nazariyasining yangi masalalari hal qilindi.

Geometriya fani qadimdan rivojlanib kelgan. Lekin analitik geometriya yaratilishi bilan geometriyada hisoblash matematikasi kengroq qo'llanilib, yangi yutuqlarga erishilgan. Analitik geometriyada koordinata o'qlari kiritilib, nuqtaning holati uch koordinatasi bilan aniqlanadi. Ikki nuqta orasidagi masofa $\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}$ formula bo'yicha hisoblanadi va bu masofa koordinata o'qlarini almashtirish amalida o'zgarmaydi. Intervalning ifodasi, uning Lorens almashtirishlariga nisbatan invariantlik xossasi Minkovskiy tomonidan yangi to'rt o'lchovi fazoni kiritilishiga olib keldi. Bu fazoda vaqt to'rtinchi koordinata vazifasini bajaradi. Bu koordinataning birligini fazoviy koordinatalar bilan moslash uchun, uni ct shaklida olinadi. To'rtinchi koordinataning boshqalaridan prinsipial farqi shundan iboratki, to'rt o'lchovli masofa, yoki relyativistik interval hisoblanganda hadlar turli ishorali bo'lishi kerak. Landau va Lifshislarning nazariy fizika darsliklarida buni vektorlarni kovariant va kontrovariant turlarini kiritish yo'li bilan hal qilingan. Bunday vektorlar umumiy nisbiylik nazariyasiga ham xizmat qiladi. Faqat xususiy nisbiylik nazariyasi bilan cheklanadigan ishlarda interval hadlarini ishorasini mavhum birlik yordamida to'g'ri hisobga olish mumkin:

$$(x_n) = (ct,\ ix, iy,\ iz),$$
$$(\Delta x_n) = (c\Delta t,\ i\Delta x, i\Delta y,\ i\Delta z), \qquad (27)$$
$$(dx_n) = (cdt,\ idx,\ idy,\ idz).$$

Bu yerda x_n vektor elementlaridan ixtiyoriy birini bildirsa, (x_n) - vektorni barcha elementlarining to'plamini bildiradi, $n = 0,1,2,3$. Ayrim hollarda to'rt o'lchovli vektorning uchta fazoviy tashkil etuvchilarini uch o'lchovli vektor tarzda yozish mumkin, masalan: $(x_n) = (ct,\ i\vec{r})$, $(\Delta x_n) = (c\Delta t,\ i\Delta\vec{r})$.

(Δx_n) ifoda to'rt o'lchovli vektor kabi komponentalarga ega bo'lib, uni vektorlarni skalyar ko'paytirish qoidasiga ko'ra (mos komponentalarni ko'paytirib, qo'shish) kvadratga oshirib, ildiz chiqarsak, aynan relyativistik intervalni xosil qilamiz:

$$\Delta s = \left(\sum_n \Delta x_n^2\right)^{1/2} = \sqrt{c^2\Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2}\,. \qquad (28)$$

Relyativistik intervalning invariantligi koordinatalarni almashtirishda vektor uzunligining o'zgarmasligini, vektor uzunligi invarianligini bildiradi. To'rt o'lchovli vektorlarni almashtirishga qo'llaniladigan Lorens almashtirishlari aynan shunday xossaga ega. Faqat bu almashtirishlarni turli vektorlarga va kelajakda tenzorlarga qo'llash uchun ularni jadval (matrisa) shaklida yozib olish kerak

$$x_n = \sum_m \alpha_{nm} x'_m\,, \quad \alpha_{nm} = \begin{bmatrix} \beta & -i\beta V/c & 0 & 0 \\ i\beta V/c & \beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \beta = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\,. \qquad (29)$$

Bu yyerda birinchi indeks n matrisaning qatorlarini, ikkinchi indeks m matrisaning ustunlarini belgilaydi. Masalan $n=1$ bo'lganida quyidagi tenglikni xosil qilamiz: $(i\beta V/c)ct' + \beta ix' = ix$, $x = \beta(x' + Vt')$. Bu tenglik (11) Lorens almashtirishlaridan biri ekanligini ko'rish mumkin. α_{nm} matrisada V ning ishorasini o'zgartirilsa, u K sanoq sistemasidan K' sanoq sistemasiga almashtirishni amalga oshiradi. α_{nm} almashtirish matrisasini faqat (27) vektorga emas, boshqa 4-o'lchovli vektorlarga ham qo'llanishi mumkin.

Evklid fazosidagidan farqli ravishda, Minkovskiy fazosidagi vektorlar modulining (intervalining) ifodasida manfiy hadlar mavjud, qiymati esa nol va mavhum bo'lishi ham mumkin, shuning uchun Minkovskiy fazosini psevdoevklid fazo deb ham ataladi.

Masala.

1. $t = 4s$ damda zarra $x = 4m$, $y = 2m$, $z = 0$ koordinatalik nuqtada turibdi. Zarra koordinatalarini (29) almashtirishlardan foydalanib, $V = 0.8c$ tezlik bilan harakatlanayotgan sanoq sistemasiga o'tkazing. Ikki holda intervalni hisoblab, almashtirish to'g'liligiga ishonch xosil qiling. Almashtirish natijalari Galiley almashtirishlaridan qanchalik farq qiladi?
2. Yulduzlar aberrasiyasi va Dopler effektiga doir masalalarni Lorens almashtirishlari matrisasi yordamida eching.

§17. Relyativistik dinamika

Uch o'lchovli fazoda radius vektordan tashqari tezlik, tezlanish, impuls, kuch vektorlari qo'llaniladi. Minkovskiy fazosida ularning har biriga mos keladigan 4-o'lchamli vektorlar aniqlanadi, ularning har biri o'ziga xos yangi ma'lumotlar beradi.

Uch o'lchovli fazoda nuqtaning tezligi $\vartheta = dr/dt$ xosila bilan aniqlanadi. Minkovskiy fazosida nuqtaning tezligi to'rt o'lchovli (27) vektordan olingan xosila bilan aniqlanadi. Vaqt dt nisbiy miqdor, shuning uchun hosilani invariant miqdor - xususiy vaqt $d\tau$ bo'yicha hisoblanadi, xususiy vaqt esa ixtiyoriy sanoq sistemasidagi dt vaqt orqali ifodalanadi: $d\tau = dt\sqrt{1-\vartheta^2/c^2}$, $\vartheta = \sqrt{\vartheta_x^2+\vartheta_y^2+\vartheta_z^2}$ - nuqtaning tezligi. Natijada to'rt o'lchovli tezlik vektori quyidagicha ifodalanadi:

$$(\vartheta_n) = \left(\frac{dx_n}{d\tau}\right) = \left(\frac{c}{\sqrt{1-\vartheta^2/c^2}}, \frac{i\vartheta_x}{\sqrt{1-\vartheta^2/c^2}}, \frac{i\vartheta_y}{\sqrt{1-\vartheta^2/c^2}}, \frac{i\vartheta_z}{\sqrt{1-\vartheta^2/c^2}}\right) = \left(\frac{c}{\sqrt{1-\vartheta^2/c^2}}, \frac{i\vec{\vartheta}}{\sqrt{1-\vartheta^2/c^2}}\right). \quad (30)$$

O'quvchi bu vektorning modulini hisoblab, uni c ga tengligini, invariant miqdorligini ko'rishi mumkin.

Moddiy nuqtaning tinch holatdagi massasi m_0 bo'lsin. (30) tezlik vektorini m_0 ga ko'patirib, to'rt o'lchovlik impuls (energiya-impuls) vektori aniqlanadi:

$$(p_n) = \left(\frac{m_0 c}{\sqrt{1-\vartheta^2/c^2}}, \frac{im_0\vec{\vartheta}}{\sqrt{1-\vartheta^2/c^2}}\right). \quad (31)$$

Belgilashlar kiritaylik:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\vartheta^2/c^2}}, \quad E = mc^2, \quad (32)$$

$$\vec{p} = m\vec{\vartheta} = \frac{m_0\vec{\vartheta}}{\sqrt{1-\vartheta^2/c^2}} = \frac{E}{c^2}\vec{\vartheta}. \quad (33)$$

Unda:

$$(p_n) = \left(\frac{E}{c}, i\vec{p}\right). \quad (34)$$

Energiya-impuls vektor modulining invariantligini tekshiraylik. (32)-(33) belgilashlardan foydalanib hisoblasak, modulning invariantligini ko'ramiz:

$$E^2/c^2 - p^2 = m_0^2c^2. \quad (35)$$

Bunday bo'lishi tabiiy, chunki ϑ_n va p_n vektorlar faqat doimiy m_0 ko'paytuvchi bilan farq qiladi.

(35) ifoda energiya va impuls orasidagi muhim relyativistik munosabatni tashkil qiladi. Jumladan, tinchlik massasi nolga teng bo'lgan zarralar uchun (fotonlar uchun):

$$p = E/c. \qquad (36)$$

Shunday qilib fotonlarning tinchlik massasi bo'lmasa ham, impuls va energiyasi, demak massasi ham borligini ko'ramiz. Fotonlarning impulsi mavjudligi tarixan Lebedev tajribalarida tasdiqlangan. (36) ni (33) dagi $p = E\vartheta/c^2$ tenglik bilan solishtirsak, tinchlik massasi nol bo'lgan zarralar uchun $\vartheta = c$ ekanligini topamiz: fundamental fizik doimiy bo'lgan yorug'lik tezligi - bu tinchlik massasi nolga teng bo'lgan zarralarning tezligi ekan. Fotonlar uchun energiya-impuls vektori $(p_n) = (p, ip)$ ko'rinishga ega va uning moduli nolga teng.

Natijalarni muhokama qilaydik. m_0 - klassik fizikada ishlatilgan massa, relyativistik fizikada uni tinchlik massasi deb ataladi, m - harakatdagi jismning massasi, relyativistik massa deb ataladi. Relyativistik impuls, energiya ifodalarida aynan m ishtirok etadi. Yorug'lik tezligiga nisbatan kichik tezliklarda (masalan Erning Quyosh atrofidagi aylanma harakat tezligi 30 km/s=0.0001s) relyativistik massa tinch holat massasidan deyarli farq qilmaydi. So'ngra, harakatdagi jismlarning gravitasion tortishuvi aynan m bilan aniqlanadi. Shuning uchun relyativistik massa aynan $m = m_0/\sqrt{1-\vartheta^2/c^2}$ dan iboratdir.

Relyativistik impuls impulsning klassik ta'rifidan faqat miqdoriy jihatdan farq qiladi, klassik fizikadagi o'zgarmas massa esa tezlikka bog'liq relyativistik massa bilan almashtiriladi. Lekin relyativistik energiya klassik kinetik energiyadan faqat miqdoriy emas, sifat jihatdan ham farq qiladi. Klassik fizikadagi kinetik energiya faqat harakat bilan vujudga kelsa, relyativistik energiya tinch turgan zarrada ham mavjud: $E_0 = m_0c^2$. $E = \dfrac{m_0c^2}{\sqrt{1-\vartheta^2/c^2}}$ ifoda energiyani ifodalashiga quyidagi dalillarni keltirish mumkin: kichik tezliklarda bu ifoda qatorga yoyilsa, qatordagi dastlabki tezlikka bog'liq had klassik kinetik energiyani beradi, birinchi had $E_0 = m_0c^2$ esa o'zgarmas miqdor bo'lgani uchun uning mavjudligi faqat maxsus sharoitdagina seziladi; relyativistik fizikaning quyida yoziladigan qator formulalarida relyativistik energiya ishtirok etadi; energiya va impulsning saqlanish qonunlarida relyativistik energiya, relyativistik impuls, ular orqali relyativistik massa ishtirok etadi. Qolaversa bu nazariy ma'lumotlar yadro va elementar zarralar fizikasiga doir ko'plab hodisalarda o'z tasdiqini topgan.

Uch o'lchamli fazoda harakat tenglamasi

$$dp/dt = F \qquad (37)$$

ko'rinishga ega. Minkovskiy fazosida (37) o'rniga to'rt o'lchamli tenglamaga ega bo'lamiz:

$$dp_n / d\tau = F_n . \tag{38}$$

Tenglamaning chap tarafi quyidagi tashkil etuvchilarga ega:

$$(dp_n / d\tau) = \left(\frac{1}{c\sqrt{1-\vartheta^2/c^2}} \frac{dE}{dt}, \frac{i}{\sqrt{1-V^2/c^2}} \frac{dp}{dt} \right). \tag{39}$$

Tenglamani o'ng tomonidagi F_n - kuch ma'nosiga ega bo'lgan yangi to'rt o'lchovli vektor. Uni tashkil etuvchi hadlarini tenglikning chap tarafiga qarab topamiz. Klassik fizikaga zid bo'lmasligi uchun quyidagi tengliklar o'rinli bo'lishini talab qilamiz:

$$dp / dt = F , \tag{40}$$

$$dE / dt = F\vartheta . \tag{41}$$

Unda (F_n) vektor quyidagicha ifodalanadi:

$$(F_n) = \left(\frac{F\vartheta}{c\sqrt{1-\vartheta^2/c^2}}, \frac{iF}{\sqrt{1-\vartheta^2/c^2}} \right) \tag{42}$$

(40) tenglik relyativistik harakat tenglamasidir. Ma'lumki, klassik fizikada aynan (40) shakldagi harakat tenglamasidan impuls, impuls momenti va energiyani saqlanish qonunlari keltirib chiqariladi. (40) tenglamada p relyativistik impuls bo'lgani uchun bu tenglamadan keltirib chiqariladigan uch muhim saqlanish qonuni ham relyativistik impuls va impuls momentini, relyativistik energiyaning saqlanish qonunlarini ifodalaydi. Shu bilan fizikada massa, impuls va energiya (32) – (33) ifodalar bilan yozilishi nazariy tasdiqlanadi. Ularni to'g'riligi tasdiqlovchi ko'plab tajriba ma'lumotlariga bu yyerda to'xtalmaymiz.

(38) tenglamani boshqa inersial sanoq sistemasiga o'tkazilsa, chap tarafdagi vektorni ham, o'ng tarafdagi vektorni ham tashkil etuvchilari o'zgaradi, lekin tenglamaning umumiy shakli o'zgarmaydi. Bunday tenglamani *relyativistik kovariant* shakldagi tenglama deyiladi. Nisbiylik nazariyasining asosiy maqsadlarinidan biri – fizik qonunlarni relyativistik kovariant shaklda ifodalashdan iborat. Kovariant bo'lishi uchun tenglamalar Minkovskiy fazosidagi 4-o'lchovli vektorlar bilan ifodalanishi kerak.

Bo'lim so'ngida (34) va (39) tashkil etuvchilarga ega bo'lgan to'rt o'lchovli vektorlar ko'paytmasini ko'rib chiqaylik:

$$\sum_n p_n \frac{\partial p_n}{\partial \tau} = \left(\frac{E(\partial E/\partial\tau)/c^2 - p(\partial p/\partial\tau)}{\sqrt{1-\vartheta^2/c^2}} \right) = \frac{\partial\left(E^2/c^2 - p^2\right)/\partial t}{2\sqrt{1-\vartheta^2/c^2}} = 0 . \tag{43}$$

Qavsdagi ifoda doimiy bo'lgani uchun xosila nolga teng. Bundan p_n va $\partial p_n / \partial\tau$ vektorlarning o'zaro tikligi, tezlik bilan tezlanish vektorlarining o'zaro tikligi kelib chiqadi (haqiqatan, (35) ga ko'ra $\sum_n p_n^2 = m_0^2c^2 = const$, bundan τ bo'yicha xosila olinsa, natija nol bo'ladi).

Minkovskiy kiritgan to'rt o'lchamli fazo vaqt va fazoning bir – biriga bog'langanligini to'g'ri akslantiruvchi matematikani kiritadi. Bu fazoda materiyaning, moddaning xossalari to'g'ri tasvirlanadi.

Ushbu bo'limda to'rt o'lchamli tezlik va undan doimiy ko'paytuvchi bilan farqlanadigan energiya – impuls vektori kiritilishi bilan relyativistik fizikaning bir qator munosabatlari keltirib chiqarildi. Ularni sanab o'taylik.

- To'rt o'lchovlik tezlik vektorining moduli (s) invariantligi tasdiqlandi.
- Energiya–impuls vektorining moduli (m_0c) invariantligi tasdiqlandi.
- Relyativivistik massa aniqlandi.
- Relyativistik impuls aniqlandi.
- Relyativistik energiya aniqlandi.
- Energiya va impuls orasidagi $p = \frac{E}{c^2}\vartheta$ relyativistik bog'lanish topildi.
- Energiya va impuls orasidagi $E^2/c^2 - p^2 = m_0^2c^2$ relyativistik bog'lanish topildi.
- Energiya va massaning ekvivalentligi aniqlandi.
- Relyativistik harakat tenglamasi yozildi.
- Energiyaning saqlanish qonuni relyativistik energiya orqali yozilishi kerakligi aniqlandi.
- Impulsning saqlanish qonuni relyativistik impuls orqali yozilishi kerakligi aniqlandi
- Impuls momentining saqlanish qonuni relyativistik impuls momenti orqali yozilishi kerakligi aniqlandi.
- Fotonlar uchun energiya va impuls orasidagi $E = pc$ munosabat aniqlandi.
- Yorug'lik tezligining asl ma'nosi – tinchlik massasi nolga teng bo'lgan zarralar tezligi ekanligi aniqlandi.
- To'rt o'lchamli kuch kiritildi.
- Harakat tenglamasining relyativistik kovariant shakli yozildi.
- Nisbiy va invariant miqdorlar ro'yxati aniqlashtirildi.

- Tezlik va tezlanish 4-o'lchovli vektorlarining o'zaro tikligi ko'rsatildi.
- Kichik tezliklar uchun klassik fizika qonunlari to'g'riligi ko'rsatildi.

Savol va masalalar.

1. Sanab o'tilgan hulosalarni tasdiqini matndan izlab toping.
2. 4-o'lchovli kuch vektorining moduli invariant miqdorligini ko'rsating.
3. Fotonlar uchun 4 o'lchovli tezlik vektori qanday ko'rinishga ega?
4. Relyativistik energiya ifodasidan klassik kinetik energiya ifodasini keltirib chiqaring.
5. Neytron stabil bo'lmagan zarra bo'lib, erkin neytron tezda proton, elektron va neytrinoga parchalanib ketadi. Tinch neytrondan 0.9s tezlikdagi elektron chiqsa, protonning tezligi qanday bo'ladi? Echimda neytrinoni hisobga olmasa ham bo'ladi. Parchalanish jarayonida qancha energiya ajrab chiqadi?
6. Zarraning kinetik energiyasi tinch holat energiyasiga teng bo'lishi uchun uning tezligi qanday bo'lishi kerak?
7. Tezlatgichdan chiqqan proton energiyasi tinch holat energiyasidan 400 marta ortiqdir. Protonning tezligi yorug'lik tezligidan qancha farq qiladi? Proton uchun $\beta = 1/\sqrt{1-\vartheta^2/c^2}$ nimaga teng? Bu proton uchun fotonlarga xos bo'lgan $E/c = p$ tenglikni qo'llab bo'ladimi?

§18. Massa va energiyaning ekvivalentligi haqida

Fan tarixida turli kategoriyalar, miqdorlar sifatida o'rganilgan kattaliklarni bir miqdordan iboratligi ma'lum bo'lgan hollar bor. Jumladan mexanik energiya bilan issiqlik - energiyaning turli shakllari ekanligi ma'lum bo'lgan. Elektr va magnetizm avval alohida hodisalar sifatida o'rganilgan bo'lsa, so'ngra ular orasida chuqur bog'lanishlar topilgan, so'ngra, nisbiylik nazariyasida ular yagona elektromagnit maydonning tashkil etuvchilari ekanligi ko'rsatilgan.

Nisbiylik nazariyasida energiya va massa orasidagi chuqur bog'lanish aniqlangan. Yuqoridagi (32) formulani ko'chiraylik:

$$E = mc^2 \qquad (44)$$

Bu formulada massa va energiya c^2 doimiy bilan bog'langan. Yo'lni metr va sarjinda o'lchansa, ularning qiymatlari (44) ga o'xshash, fizik miqdorni birligini almashtiradigan formula yordamida bog'lanadi. (44) formula ham massa va energiyani *ekvivalentligi formulasi* deyiladi. Bu formula o'zining muallifi Albert Eynshteynga abadiy haykal bo'lib qoladi.

Massa va energiyani ekvivalentligi ayniqsa yadro va elementar zarralar fizikasida axamiyatli bo'lib, u yyerda zarralarning massasini (tinchlik massasini) energiya birliklarida ifodalash keng qo'llaniladi. Buni tushunish uchun ikki misolni ko'raylik.

Elektron va pozitronning annigilyasiya hodisasida ikki gamma kvant xosil bo'ladi:

$$e^- + e^+ = 2\gamma \ . \qquad (45)$$

Energiyaning saqlanish qonuniga asosan ajralib chiqqan energiyani, gamma kvantlarning umumiy energiyasini hisoblash mumkin: $W = c^2(m_+ + m_-)$. Tinch holatdagi elektron va pozitronning energiyasi ma'lum bo'lgani uchun, ularni jadvaldan ham olish mumkin: $W = 2*0.51MeV = 1.02MeV$. Bu reaksiyani boshidagi zarralar tinch holat massasiga ega, xosil bo'lgan gamma kvantlar (fotonlar) esa – tinch holat massasiga ega emas. Shuning uchun annigilyasiya reaksiyasi massani to'liq energiyaga aylanishini namoyish etadi.

Ayrim zarralarning massalarini keltiraylik:

$$1eV = 1.6 \cdot 10^{-19}C * 1V = 1.6 \cdot 10^{-19}J$$

$$m_e = 0.91 \cdot 10^{-19}\,kg$$

$$m_e = 0.511\,MeV$$

$$m_p = 1.672614 \cdot 10^{-19}\,kg = 1836\,m_e$$

$$m_p = 938.3\,MeV$$

$$m_n = 1840\,m_e$$

$$m_n = m_p + 1.29344\,MeV$$

$$m_n = 939.5731\,MeV$$

Ekvivalentlik formulasi yadrolardagi bog'lanish energiyasini hisoblash imkonini beradi. Masalan He^4 yadrosini olaylik, u ikki proton va ikki neytrondan tuzilgan, ularning umumiy massasini hisoblaylik: $2(m_p + m_n)$. Geliy yadrosining massasi esa m_{He} bo'lib, proton – neytronlarning massasiga teng emas. Aniqlangan farq

$$\Delta m = m_{He} - 2(m_p + m_n) \qquad (46)$$

massa defekti deb ataladi va (46) formula bo'yicha yadrodagi bog'lanish energiyasini beradi. Bog'lanish energiyasi doimo manfiy bo'ladi. Proton

-- neytronlar birlashib, geliy yadrosini xosil qilganda bog'lanish energiyasi ajralib chiqadi (Quyoshning asosiy energiya manbai shunday reaksiyalarda ajrab chiqadigan energiyadan iborat), aksincha, yadroni ayrim zarralarga bo'lib yuborish uchun bog'lanish energiyasiga teng tashqi energiyani sarflash kerak bo'ladi.

Energiya tezlikka bog'liq miqdordir:

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \vartheta^2 / c^2}}. \qquad (47)$$

Uning bir qismi ($m_0 c^2$) tinch holat energiyasini bildiradi, qolgani esa:

$$E_k = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \vartheta^2 / c^2}} - 1 \right) \qquad (48)$$

energiyani harakat bilan bog'liq qismini, kinetik energiyani bildiradi. Kichik tezliklarda (48) ga taqribiy hisoblash formulalarini qo'llab, kinetik energiya uchun klassik formulani xosil qilamiz: $E_k \approx m_0 \vartheta^2 / 2$. Katta tezliklar uchun (47) – (48) aniq formulalar qo'llanishi kerak.

Savol va masalalar.

1. Bir zarra uchun kinetik energiyani, $m_0 \vartheta^2 / 2$, $p^2 / 2m_0$ uchta miqdorlarni hisoblansa, ularni qaysi biri kattaroq?
2. Protonning energiyasi $120 m_0 c^2$. Uning kinetik energiyasi, impulsi va tezligini hisoblang.
3. Protonning kinetik energiyasi E_k berilgan. Protonning to'liq energiyasini, impulsi va tezligini hisoblang.
4. Quyosh doimiyi s=1.4kwt/m^2 (Poyting vektori) Quyoshdan Yerga etib keladigan elektromagnit nurlanish zichligini bildiradi. Yil davomida Quyoshning elektromagnit nurlanishi Quyoshning massasini qanchaga kamaytiradi va Yerni massasini qanchaga oshiradi?
5. Odatda tezlatgichlarda katta energiyali ($E_1 = 30 Gev$) protonlar xosil qilinib, ular qo'zg'almas protonga kelib uriladi. Xuddi shunday natijalarni kuzatilishi uchun kichikroq (E_2) energiyalik protonlar bir – biriga qarama qarshi yo'nalishda kelib urilishi mumkin. Ikkinchi energiya birinchisidan necha marta kichik? Ikkinchi holda bir protonning kinetik energiyasi birinchi holdagidan necha marta kichik?
6. Klassik mexanikaga ko'ra a tezlanishga ega bo'lgan zarra biror t vaqtdan keyin c tezlikka erishishi mumkin. Agar kuch doimiy bo'lsa, bu t vaqtda zarra qanday tezlikka erishishini relyativistik hisoblang?

§19. Energiya-impuls tenzori va saqlanish qonunlari

Skalyar va vektor fizik miqdorlarni bilamiz. Ushbu bo'limda fizik miqdorlarni uchinchi shakli – tenzor bilan tanishamiz. Tenzor tushunchasini aniqlashtirish uchun avval skalyar va vektor miqdorlarga qaytaylik. Bu tushunchalar fazoning o'lchami N bilan bog'liq. Fizika fani ko'proq 3 va 4 o'lchamli (Minkovskiy fazosi) fazolar bilan ish ko'radi. Skalyar fizikaviy miqdor (massa, bosim, energiya,...) bir son bilan ($N^0=1$) ifodalanadi. Skalyar miqdor koordinata sistemasiga bog'liq emas. Tabiatni xarakterlovchi boshqa bir gurux miqdorlar yo'nalishga ham ega bo'lib, koordinata o'qlarida N ta proeksiyasi bilan, tashkil etuvchilari bilan xarakterlanadi. Ular vektor miqdorlar deb ataladi. Bir vektorni turli koordinata sistemalarida ko'rish mumkin, ularda vektorning tashkil etuvchilari turlicha bo'ladi. Koordinata sistemasini qulay tanlanganda (o'qlardan biri fizik miqdor bo'ylab joylashganda) vektorning bir tashkil etuvchisigina noldan farqli, qolganlari nolga teng bo'lishi mumkin.

Bu mulohazalar vektorlar sanoq sistemasiga qanchalik bog'langanini ko'rsatmoqda.

Tabiatdagi ayrim fizik miqdorlar shunday murakkab xarakterga egaki, ularni skalyar va vektorlar yordamida xarakterlab bo'lmaydi. Misol ta'riqasida qattiq jism hajmidagi kichik kubga (uch o'lchamli fazo) ta'sir etayotgan kuchlarni ko'rib chiqish mumkin. Bu kubning yonlariga tik ta'sir etayotgan bosim kuchlarini uch son bilan tavsiflash mumkin. Bu kubning yonlariga parallel ta'sir etadigan kuchlarni (ishqalanish kuchi ham shunday ta'sir yuzasiga parallel bo'ladi) tavsiflash uchun yana sonlar zarur bo'ladi. Bu sonlarni har biri koordinata o'qlari bilan bog'liq bo'lib, boshqa sanoq sistemasida boshqa qiymatlarga ega bo'ladi. Umumiy holda kubga ta'sir kuchlarni N^2 sonlar bilan tavsiflanib, ular <u>kuchlanishlar tenzorini</u> (σ_{nm}) tashkil etadi. Boshqa tenzorlar $N^3, N^4, \ldots$ tashkil etuvchilarga ega bo'lishi mumkin. Bu yerdagi daraja ko'rsatkichi tenzorning *rangi* deb ataladi. Skalyar va vektor miqdorlar nolinchi va birinchi darajali tenzorlarni tashkil etadi. Tenzor miqdor ham vektor kabi koordinata o'qlarini tanlanishiga kuchli bog'liq bo'lib, koordinata o'qlari qulay tanlanganda tenzorning ko'p elementlari nol bo'lishi mumkin.

Yuqorida to'rt o'lchamli koordinata (27) vektori asosida to'rt o'lchamli tezlik vektori (30) kiritilgan edi:

$$(dx_n)=(cdt,\ idx,\ idy,\ idz), \qquad (27)$$

$$(\vartheta_n)=\left(\frac{dx_n}{d\tau}\right)=\left(\frac{c}{\sqrt{1-\vartheta^2/c^2}},\ \frac{i\vec{\vartheta}}{\sqrt{1-\vartheta^2/c^2}}\right). \qquad (30)$$

Bu tezlik vektori ishtirokida ikkinchi rangli tenzorni ta'riflash mumkin:

$$T_{nm}=m_0\vartheta_n\vartheta_m=m\left(\frac{dx_n}{d\tau}\right)\left(\frac{dx_m}{d\tau}\right). \qquad (49)$$

Bu tenzorning T_{00} elementini hisoblaylik:

$$T_{00}=m_0\vartheta_0^2=\frac{m_0c^2}{1-\vartheta^2/c^2}.$$

Bu ifoda jism energiyasining ta'rifiga o'xshashdir. Tenzorning ta'rifiga shunday o'zgartirish kiritaylikki, T_{00} - energiya bo'lsin:

$$T_{nm}=m_0\left(\frac{dx_n}{d\tau}\right)\left(\frac{dx_m}{d\tau}\right)\left(\frac{d\tau}{dt}\right). \qquad (50)$$

(14) ifodaga asosan $d\tau/dt=\sqrt{1-\vartheta^2/c^2}$ bo'lib, (50) tenzorning T_{00} elementi jismning energiyasidan iborat bo'ladi.

(50) – jismning energiya - impuls tenzori deb ataladi. Ta'rifi bo'yicha u simmetrik tenzordir: $T_{mn}=T_{nm}$. Uning jami 16 elementi bo'lib, ulardan 10 tasini bilish etarlidir. Energiya – impuls tenzorining faqat T_{00} elementi emas, barcha elementlari fizik ma'noga egadir.

$$T_{00}=\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\vartheta^2/c^2}},\quad T_{11}=-\frac{m_0\vartheta_x^2}{\sqrt{1-\vartheta^2/c^2}},\quad T_{22}=-\frac{m_0\vartheta_y^2}{\sqrt{1-\vartheta^2/c^2}},\quad T_{33}=-\frac{m_0\vartheta_z^2}{\sqrt{1-\vartheta^2/c^2}},$$

$$T_{01}=\frac{im_0c\vartheta_x}{\sqrt{1-\vartheta^2/c^2}}=icp_x,\qquad T_{02}=icp_y,\quad T_{03}=icp_z. \qquad (51)$$

Tenzorning fazoviy koordinatalar bilan bog'liq to'qqiz elementlari quyidagicha ifodalanadi:

$$T_{nm}=-\frac{m_0\vartheta_n\vartheta_m}{\sqrt{1-\vartheta^2/c^2}}. \qquad (52)$$

Shunday qilib energiya – impuls tenzorining T_{00} elementi jismning mexanik energiyasini bildirar ekan. Tenzorning diagonal elementlarining yig'indisi:

$$\sum_n T_{nn}=m_0c^2\sqrt{1-\vartheta^2/c^2} \qquad (53)$$

ga teng ekan. Bu ifoda moddiy jismning Lagranj funksiyasi deb ataladi.

Tenzorning uchta T_{0n} elementlari jismning impulsi bilan bog'liq ekan. Bundan tenzorning normlanishi kelib chiqadi.

Yuqorida energiya – impuls tenzori bir zarra uchun yozilgan edi. Endi *birlik hajmdagi* ta'sirlashmaydigan zarralar uchun energiya –

impuls tenzorini topaylik. Tenzorning T_{00} elementi energiyaning zichligini beradi:

$$T_{00} = u = \sum_i \frac{m_{0i} c^2}{\sqrt{1 - \vartheta_i^2 / c^2}}, \tag{54}$$

yig'indi birlik hajm ichidagi zarralar uchun hisoblanadi. Shunga o'xshab, tenzorning T_{0i} elementlari birlik hajm ichidagi zarralarning umumiy impulsi, ya'ni impuls zichligi bilan bog'liq bo'ladi:

$$T_{01} = ic \sum_i \frac{m_{0i} \vartheta_{xi}}{\sqrt{1 - \vartheta_i^2 / c^2}} = icp_x, \quad T_{02} = icp_y, \quad T_{03} = icp_z. \tag{55}$$

Boshqa dioganal elementlar zarralarning bosimi bilan bog'liqligini ko'rsataylik. Zarralarning biri l o'lchamli kub shaklidagi hajmning bir devoridan akslanganda devorga ta'sir kuchi quyidagicha ifodalanadi:

$$F_i = \frac{2 m_{0i} \vartheta_{xi}}{\sqrt{1 - \vartheta_i^2 / c^2}} \frac{\vartheta_{xi}}{2l},$$

bu yyerda birinchi kasr akslanganda zarraning impulsini o'zgarishini bildirsa, ikkinchi kasr bir zarraning birlik vaqt ichida idishning devoriga urilishlarining sonini bildiradi. Barcha zarralar ta'sir kuchlarining yig'indisini l^2 yuzaga bo'lib, bosimni topamiz:

$$P = \frac{1}{l^2} \sum_i F_i = \frac{1}{l^3} \sum_i \frac{m_{0i} \vartheta_i^2}{\sqrt{1 - \vartheta_i^2 / c^2}}. \tag{56}$$

Yig'indi birlik hajmdagi zarralar uchun hisoblansa, l^3 ni yozmasa ham bo'ladi (minus ishora i^2 hisobiga vujudga keladi):

$$T_{11} = -\sum_i \frac{m_{0i} \vartheta_i^2}{\sqrt{1 - \vartheta_i^2 / c^2}} = -P. \tag{57}$$

Fazoning uch yo'nalishi teng kuchli desak, tenzorning yana ikki diagonal elementlari ham xuddi shunday qiymatga ega bo'ladi. T_{11}, T_{22}, T_{33} elementlar orasidagi farq shundan iboratki, ularni birinchisi x o'qiga tik yuzaga x o'qi yo'nalishidagi bosimni ifodalaydi, ikkinchisi esa y o'qiga tik sirtga y o'qi yo'nalishidagi bosimni ifodalaydi, ..., lekin ularning qiymatlari Paskal qonuniga ko'ra teng natijani beradi. T_{11}, T_{22}, T_{33} lar teskari ishora bilan olingan kuchlanishlar tenzorining diagonal elementlarini ($-\sigma_{xx}, -\sigma_{yy}, -\sigma_{zz}$) tashkil etadi.

Tenzorning qolgan elementlarini yozaylik, ular kuchlanishlar tenzorining nodioganal elementlaridan iborat:

$$T_{nm} = -\sum_i \frac{m_i \vartheta_{ni} \vartheta_{mi}}{\sqrt{1 - \vartheta_i^2 / c^2}} = -\sigma_{nm}. \tag{58}$$

SHunday qilib energiya-impuls tenzorining tashkil etuvchilari quyidagicha ifodalanar ekan:

$$(T_{nm}) = \begin{bmatrix} u & icp_x & icp_y & icp_z \\ icp_x & -\sigma_{xx} & -\sigma_{xy} & -\sigma_{xz} \\ icp_y & -\sigma_{xy} & -\sigma_{yy} & -\sigma_{yz} \\ icp_z & -\sigma_{xz} & -\sigma_{yz} & -\sigma_{zz} \end{bmatrix}. \qquad (59)$$

Energiya – impuls tenzori nimalarga kerak bo'lishi mumkin?

Birinchidan koordinata o'qlarini almashtirilganda tenzorning elementlari (energiya va impuls zichligi, kuchlanishlarning elementlari) tenzor elementlari sifatida almashadi, bunday almashtirishlarni §29 batafsil ko'riladi;

Ikkinchidan, ta'sirlashmaydigan zarralar sistemasi uchun (ideal gaz uchun) $u = 3P$, qolgan uch diagonal element $\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{zz} = P$ bo'lgani uchun energiya – impuls tenzorining diagonal elementlarining yig'indisi nolga teng: $\sum_n T_{nn} = 0$.

Uchinchidan, fazoda maydonlar bo'lmaganida, saqlanish qonunlari bu tenzorning elementlari ishtirokida yoziladi:

$$\sum_m \frac{\partial T_{nm}}{\partial x_m} = 0. \qquad (60)$$

$$n = 0: \ \frac{\partial u}{c\partial t} + \frac{ic\partial p_x}{i\partial x} + \frac{c\partial p_y}{\partial y} + \frac{c\partial p_z}{\partial z} = 0; \ \frac{\partial u}{\partial t} + c^2 div\, p = 0. \qquad (61)$$

Bu tenglama energiya uchun uzluksizlik tenglamasidir, birlik hajm uchun energiyani saqlanish qonunidir.

$$n = 1: \ \frac{ic}{c}\frac{\partial p_x}{\partial t} - \frac{1}{i}\left(\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z}\right) = 0, \ \frac{\partial p_x}{\partial t} + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} = 0. \qquad (62)$$

Bu tenglama impulsning p_x tashkil etuvchisini x yo'nalishdagi kuchlar ta'sirida o'zgarishini tavsiflaydi, mexanikadagi harakat tenglamasining, Nyutonning ikkinchi qonunining birlik hajmdagi muhit uchun yozilgan analogi bo'ladi. Tenglamadagi 2-4-hadlar birlik hajmga x-o'qi yo'nalishida ta'sir etuvchi kuchnibildiradi. Shunga o'xshash yana ikki harakat tenglamasi o'rinli:

$$n = 2: \ \frac{\partial p_y}{\partial t} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} = 0, \qquad (63)$$

$$n = 3: \ \frac{\partial p_z}{\partial t} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} = 0. \qquad (64)$$

Fazoda elektromagnit maydonlar bo'lganida (62) – (64) tenglamalarda elektromagnit maydon energiya – impuls tenzorining elementlari ham ishtirok etishi kerak.

Kuchlanishlar nolga teng bo'lganida, (62), (63) va (64) tenglamalar modda impulsining saqlanish qonuniga aylanadi.

Kichik $(\vartheta << c)$ tezliklar uchun energiya-impuls tenzorining T_{00} elementi boshqa elementlardan qiymat jihatdan juda katta bo'ladi, shuning uchun ayrim masalalarda tenzorni bittagina elementi noldan farqli deb hisoblash mumkin.

Elektrodinamikada Kulon qonuni o'rniga zaryadlar orasidgi maydonni mukammal o'rganuvchi Maksvell tenglamalari o'rganiladi. Shunday qilib zaryadlar orasidagi maydonni biror qismida o'zgarish bo'lsa bu o'zgarish, ya'ni ta'sirni, boshqa nuqtalarga qay tarzda uzatilishi o'rganiladi. Shunga qiyos qilinsa, klassik fizikadagi Nyutonning butun dunyo tortilish qonuni o'rniga yangi fizikada gravitasion maydon tenglamalari o'rganiladi. Bu ish quyida o'rganiladigan Eynshteynning umumiy nisbiylik nazariyasida amalga oshiriladi. Bu almashishdagi dastlabki qadam yuqorida amalga oshirildi. Avvaliga energiya – impuls tenzori harakatdagi moddiy nuqta uchun yozilgan bo'lsa, keyin muhitning uzluksiz xarakteristikalari – energiya va impulsning zichligi, uzluksiz muhit orqali uzatilayotgan kuchlar bilan almashtirildi. Bu esa Kulon qonunidan elektromagnit maydonni o'rganishga o'tishga teng kuchlidir. Elektrodrinamikada zaryadlar elektromagnit maydonni aniqlagani kabi, gravitasiya nazariyasida energiya-impuls tenzori gravitasion maydonni mukammal aniqlaydi.

Savollar:

1. Tenzor tushunchasini izohlang.
2. Tenzorning rangi deb nimaga aytiladi?
3. Elektrodinamikada qanday saqlanish qonunlari o'rinli?
4. Energiyani oqimi qanday ifodalanishi mumkin?
5. $\frac{\partial u}{\partial t} + c^2 div\, p = 0$ tenglamani va uning har bir hadini ma'nosini izohlang.
6. $\frac{\partial p_x}{\partial t} + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} = 0$ tenglamani va uning har bir hadini izoxlang.
7. Nima uchun fanda Maksvell tenglamalarini yaratilishi muhim deb hisoblanadi?

§20. Kompton effekti

Kompton effekti faqat relyativistik dinamika qonunlari asosida tushuntirib bo'ladigan fizik hodisadir.

1922 yilda amerikalik fizik A.Kompton tomonidan kashf etilgan bu hodisada rentgen va gamma nurlar moddada sochilganda to'lqin uzunligining uzayishi kuzatiladi va uzayish nurni sochilish burchagi θ bilan bog'liq ekan:

$$\boxed{\Delta\lambda = \lambda_C(1-\cos\theta)} \qquad (65)$$

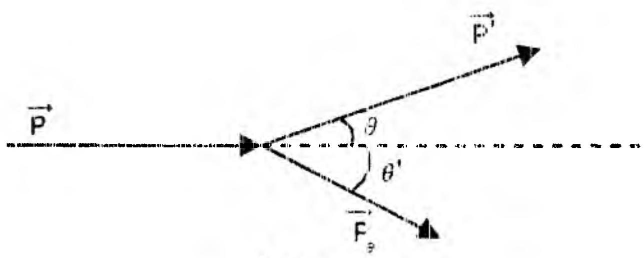
Ushbu bog'lanishdagi $\lambda_C = h/m_e c \approx 0.024\,\mathring{A}$ - elektronning kompton to'lqin uzunligi deb ataladi.

Kompton formulasi nazariy keltirib chiqarilgan, so'ngra tajribada to'liq tasdiqlangan.

Kompton effekti ochilgan davr kvant fizikasi va nisbiylik nazariyasi ilmiy jamiyatda o'z o'rnini topayotgan davrga to'g'ri kelgan. Elektromagnit to'lqinlarni klassik qaralganda, to'lqin ν chastotali bo'lsa, elektronni shunday chastotali tebranishlarga keltiradi, natijada chastotasi o'zgarmagan ikkilamchi to'lqinlar nurlanishi kerak. Kompton effekti bu klassik tasavvurga zid ravishda to'lqin uzunligini o'zgarishini ko'rsatmoqda. Shuning uchun Kompton effekti faqat kvant tasavvurlar asosida tushuntirilishi mumkin.

Ikkinchi tomondan Kompton effekt nazariyasida elektronlarning impuls va energiyasi relyativistik tarzda qaraladi.

Elektromagnit to'lqin kvantini elektronda sochilishini impuls va energiyaning saqlanish qonunlariga asosan o'rganamiz. Soddalik uchun elektron erkin deb hisoblanadi. Rentgen nurlari kvantlarining energiyasi elektronlarning atomlardagi bog'lanish energiyasidan ko'p marta ortiq bo'lgani uchun, bu faraz to'g'ri bo'ladi.



5-rasm

Kvantlarning dastlabki va sochilishdan keyingi impulsi $\vec{p}$ va $\vec{p}'$ bo'lsin, sochilgan elektronniki $\vec{p}_e$ bo'lsin. Unda impulsni saqlanish qonuni quyidagicha ifodalanadi:

$$\vec{p}_e = \vec{p} - \vec{p}'. \qquad (66)$$

Kvantning dastlabki va sochilishdan keyingi energiyasi pc va $p'c$, elektronniki m_0c^2 (tinch turibti) va E_e bo'lsin. Unda energiyani saqlanish qonuni quyidagicha yozilishi mumkin:

$$p - p' + m_0c = E_e / c. \qquad (67)$$

Ikkala tenglamani kvadratga oshirib, qo'shib yuboramiz. $p_e^2 + m_0^2c^2 = E_e^2/c^2$ tenglikni hisobga olganda, quyidagi ifodaga kelamiz:

$$(p - p')m_0c = pp'(1 - \cos\theta). \qquad (68)$$

$p = h/\lambda$ ta'rif bo'yicha to'lqin uzunliklariga o'tsak, aynan (65) Kompton formulasini xosil qilamiz.

Sochilish jarayonida $(p - p')c$ energiya, yoki boshlang'ich kvant energiyasining $\eta = (p - p')/p$ ulushi elektronga o'tadi. To'lqin uzunligiga o'tsak quyidagi ifodaga kelamiz:

$$\eta = \Delta\lambda/(\Delta\lambda + \lambda). \qquad (69)$$

Kompton effekti yorug'lik nurlari bilan ham, ultrabinafsha nurlar bilan ham ro'y beradi. Lekin hodisa paytida to'lqin uzunligi katta, o'zgarish esa kichik bo'lgani uchun ($\lambda_c = 0.024\,\overset{0}{A}$), bu hodisa sezilmaydi va unga e'tibor berilmaydi. Rentgen nurlari va gamma nurlar sohasiga kelganda to'lqin uzunligining o'zgarishi dastlabki to'lqin uzunligi bilan tenglashadi va undan ham ortiq bo'lishi mumkin. Bu holda nurning to'lqin uzunligi va chastotasidagi o'zgarish sezilarli bo'lib, tajribada o'rganiladi.

Masala:

1. Kompton effektida sochilish burchagi $\theta = \pi/2$ bo'lsin. Sochilgan kvantlarning energiyasini qanday qismi elektronga o'tishini boshlang'ich to'lqin uzunligiga bog'lanishini grafigini chizing.
2. Kompton sochilishida kvant to'g'ri burchak ostida sochilgan va chastotasi ikki marta kamaygan. Kvant sochilgan elektronning energiyasi va sochilish burchagini hisoblang.

§21. Nisbiylik nazariyasining klassik ildizlari

Ushbu bo'limda A.Boydedaev[5] va muallifning A. Boydedaev bilan olib borgan eng yangi izlanishlarini natijalari bayon etilmoqda.

Nisbiylik nazariyasi klassik fizikaga nisbatan umumiy va mukammal hisoblanadi. Nisbiylik nazariyasi natijalaridan kichik tezliklar uchun klassik mexanika qonunlarini keltirib chiqarish mumkin.

Ushbu bo'limda klassik mexanika qonunlaridan relyativistik mehanika qonunlarini keltirib chiqariladi.

Eynshteyn nazariyasida tinch holat energiyasi kiritilganiga qaramay, klassik mexanikada bu tushuncha qo'llanilmagan. Turli jarayonlarda energiyani o'zgarishi ahamiyatli bo'ladi, bu o'zgarishni kinetik energiyani klassik ifodasi $m_0\vartheta^2/2$ ham to'g'ri ifodalaydi.

Klassik mexanikada m_0 massa doimiy miqdor deb hisoblanadi. Tinch holat E_0 energiyasini klassik mexanikada birinchi bor A.Boydedaev [5] ishlatgan. Bu tushuncha kiritilishidan qanday hullosalar kelib chiqishini ko'raylik. Bu holda kinetik energiya jismning to'liq energiyasi E va tinch holat energiyasi E_0 farqiga teng bo'ladi:

$$E - E_0 = m_0\vartheta^2/2. \qquad (70)$$

Tenglikni quyidagi shaklda ko'chiraylik:

$$\frac{\vartheta^2/2}{E_0} = \frac{(E/E_0 - 1)\alpha}{m_0\alpha}. \qquad (71)$$

α doimiyni shunday tanlaylikki, ikki kasrni surat va mahrajlari mos ravishda teng bo'lsin:

$$E_0 = m_0\alpha, \qquad (72)$$

$$(E/E_0 - 1)\alpha = \vartheta^2/2. \qquad (73)$$

(73) ga ko'ra, E/E_0 nisbat tezlikka bog'liq ekan: $E/E_0 = f(\vartheta)$. Bundan:

$$E = E_0 f(\vartheta) = m_0\alpha f(\vartheta).$$

$$m = m_0 f(\vartheta) \qquad (74)$$

belgilash kiritib, quyidagi natijaga kelamiz:

$$E = m\alpha. \qquad (75)$$

<u>Shunday qilib, tinch holat energiyasi tushunchasini kiritilishi mantiqiy izchillik bilan relyativistik massa (74) va massa bilan energiyani ekvivalentlik (75) formulasiga olib kelar ekan. Bular esa relyativistik mehanikaning eng muhim tushunchalaridir. Ekvivalentlik formulasidagi α doimiy bir fizik doimiyni massa va energiya birligidagi ifodalarini bog'lovchi fundamental fizik doimiy vazifasini o'taydi.</u>

Impulsni relyativistik massa orqali yozaylik:

$$p = m\vartheta. \qquad (76)$$

(75) dan foydalanib, quyidagi ifodani hosil qilamiz:

$$p = \frac{E}{\alpha}\vartheta. \qquad (77)$$

Jism ustida bajarilgan elementar ish uning energiyasini o'zgartiradi: $dE = Fdr$. Relyativistik xolda ham harakat tenglamasi

$$\frac{dp}{dt} = F \qquad (78)$$

bo'lsin. Unda: $dE = \vartheta dp = pdp/m = EdE/E$. Bundan: $dE^2 = \alpha dp^2$,

$$E^2 - \alpha p^2 = E_0^2. \qquad (79)$$

Shunday qilib relyativistik impuls va energiyani bog'lovchi (77) va (79) muhim tenglamalar topildi.

(79) tenglamani tinchlik massasi nol bo'lgan ($m_0 = 0, E_0 = 0$) zarralarga qo'llasak:

$$E = \sqrt{\alpha} p. \qquad (80)$$

Maksvell elektrodinamikasida elektromagnit to'lqinnig energiya va impulse elektromagnit to'lqin tezligi c bilan bog'langan: $E = cp$, demak $\sqrt{\alpha} = c$. Lekin bu muhim munosabatni bayon etilayotgan nazariyani o'zida, elektrodinamikaga murojat etmasdan ham keltirib chiqarsa bo'ladi.

(79) tenglamaga impuls va energiyani massa orqali ifodasini keltirib qo'yaylik:

$$m^2\alpha^2 - \alpha m^2\vartheta^2 = m_0^2\alpha^2,$$

bundan:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \vartheta^2/\alpha}}. \qquad (81)$$

Tezlik uchun ifoda quyidagi shaklda bo'ladi:

$$\vartheta^2 = a\left(1 - m_0^2/m^2\right). \qquad (82)$$

Tinchlik massasi nol bo'lgan $m_0 = 0$ fotonlar, gravitonlar, glyuonlar uchun: $\vartheta = \sqrt{\alpha} = c$. Bu yerda c - avvalgi α doimiyni o'rniga kiritilayotgan yangi doimiy, tinchlik massasi nol bo'lgan zarralarning tezligidir. Tinchlik massasi bo'lgan ($m_0 \neq 0$) zarralarning tezligi (82) ga muvofiq doim c dan kichik.

c doimiyni qo'llab, quyidagilarni yozamiz:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \vartheta^2/c^2}}, \qquad (83)$$

$$p = m\vartheta = \frac{m_0\vartheta}{\sqrt{1 - \vartheta^2/c^2}}, \qquad (84)$$

$$E = mc^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - \vartheta^2/c^2}}. \qquad (85)$$

Klassik mexanikada impuls va impuls momentini saqlanish qonunlari harakat tenglamasiga asosan keltirib chiqariladi. Klassik va relyavistik harakat qonunlari shaklan bir hil bo'lgani uchun impuls va impuls momentini saqlanish qonunlari relyavistik mexanikada ham o'rinlidir. Energiyani saqlanish qonuni ham klassik va relyavistik mexanikada aynan bir hil keltirib chiqariladi. Haqiqatan, potensial maydonda $F = -grad\varphi$,

$$\frac{dE}{dt} = drF = -dr\,grad\varphi = -d\varphi, \quad \frac{d}{dt}(E+\varphi) = 0 \qquad (86)$$

Relyativistik miqdorlar uchun saqlanish qunularini bajarilishi relyavistik mexanika borliqqa mosligining eng muhim dalolatidir.

Kichik tezliklar uchun relyativistik formulalar klassik formulalarga mos keladi. Masalan (85) energiya ifodasini qatorga yoyib, (70) klassik ifodani xosil qilamiz, relyativistik nazariya bu ifodani taqribiyligini ko'rsatadi:

$$E \approx m_0 c^2 + \frac{m_0 \vartheta^2}{2}. \qquad (87)$$

Bunday yaqinlashishda impuls o'zining klassik qiymati bilan to'liq mos keladi, shu bilan birga impulsning klassik ifodasi taqribiy ekanligi ma'lum bo'ladi.

Massa, impuls, energiyani yangi ta'riflarini an'anaviy, klassik ta'riflaridan farqlash uchun, ularni relyativistik deb nomlashadi. Harakat parametrlarini relyativistik tarzda o'rganish hamma vaqt ham o'rinlidir. Masalan har qanday harakatdagi jismning massasini harakatdagi massa sifatida o'rganish kerak, tinchlik massasi faqat tinch turgan jismlarga nisbatan o'rinlidir. Lekin kichik tezliklar uchun relyativistik parametrlar klassik parametrlardan shunchalik kam farq qilishi mumkinki, farqni o'lchash va sezishni o'zi muammoli bo'lib qoladi. Masalan Yerning Quyosh atrofidagi orbital harakati uchun $\vartheta = 30\,km/s$-nisbatan katta tezlik, lekin bunday tezlikda massalarning nisbiy farqi $(m-m_0)/m_0 \approx 0.5\cdot 10^{-8}$ shunchalik kichikki, uni e'tiborga olmay, soddaroq klassik mexanikani qo'llash mumkin. Elementar zarralarni harakati ko'p hollarda ularni relyativistik tarzda o'rganishni talab qiladi.

Bayon etilgan nazariya maxsus nisbiylik nizariyasi kursini yangicha bayon etish imkonini beradi.

Haqiqatan, yuqorida ko'rsatilganidek, relyativistik mexanika qonunlari klassik mexanika qonunlaridan mantiqiy ketma-ketlikda kelib chiqar ekan, buning uchun Eynshteynning ikki postulatiga (yorug'ik tezligining doimiyligi haqidagi va nisbiylik prinsipi haqidagi) zarurat yo'q ekan. Aksincha, yorug'lik tezligining fundammental doimiyligi bayon etilgan nazariyaning muhim xullosasi ekan.

Lekin nisbiylik prinsipi tabiatning muhim qonuni bo'lib, bayonning ushbu qadamini uni esga olib, yangi ilmiy natijlarga o'tish mumkin.

Nisbiylik prinsipiga ko'ra barcha inersial sanoq sistemalar teng kuchli bo'lib, ularda fizik qonunlar bir hil ifodalanishi kerak.

(79) tenglikka murojat etaylik. Tenglikni chap tarafdagi impuls ham, energiya ham harakatdagi sanoq sistemasiga o'tganda o'zgaradigan nisbiy miqdorlardir, tenglikni o'ng tarafi esa - invariant miqdor. Tenglikni chap tarafini invariant qoldiradigan almashtirishlar Lorens almashtirishlaridan iboratligini ko'rsataylik.

Bundan keyingi umumlashtirishlarni hisobga olib, 4-o'lchamli p_n vektorni quyidagicha ta'riflaylik:

$$p_0 = E/c,\ p_1 = ip_x,\ p_2 = ip_y,\ p_3 = ip_z. \tag{88}$$

Bu yerda $i=\sqrt{-1}$ - mavhum birlik. Bu vektorni moduli uch o'lchamli vektorlarni moduli kabi hisoblanadi:

$$|p_n|^2 = \left(\sum_{n=0}^{3} p_n^2\right) = E^2/c^2 - p^2, \tag{89}$$

va (79) tenglikni chap tarafiga mos keladi.

p_n vektor tashkil etuvchilarini x o'qi bo'ylab harakatdagi sanoq sistemasiga almashtiruvchi chiziqli almashtirishlar quyidagicha yozilishi mumkin:

$$p_0 = \beta p_0' + \alpha p_1',\ p_1 = \gamma p_1' + \theta p_0',\ p_2 = p_2',\ p_3 = p_3'. \tag{90}$$

Bu almashtirishlar vektorni modulini o'zgartirmasligi kerak:

$$p_0^2 + p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 = p'^2_0 + p'^2_1 + p'^2_2 + p'^2_3. \tag{91}$$

Bu shart (90) dagi to'rt noma'lum koeffisientga uchta bog'lanish qo'yadi, lekin ularni topish uchun etarli emas. Koeffisientlarni aniqlash uchun (84)-(85) ifodalarga murojat qilamiz. K' sistemada moddiy nuqta tinch turgan bo'lsin: $p'_0 = m_0 c,\ p'_1 = p'_2 = p'_3 = 0$. Boshqa sistemada moddiy nuqta $-V$ tezlik bilan harakatlanayotgan bo'lsin:

$$p_0 = \frac{m_0 c}{\sqrt{1-V^2/c^2}},\ p_1 = \frac{-im_0 V}{\sqrt{1-V^2/c^2}},\ p_2 = p_3 = 0.$$

Bularni (90) bilan solishtirib,

$$\beta = 1/\sqrt{1-V^2/c^2},\ \theta = (-iV/c)\beta.$$

(79) tenglamani qanoatlantirish uchun: $\gamma = \beta,\ \alpha + \theta = 0$ bo'lishi kerak. Hulosa sifatida (90) almashtirishlarni tenzor shaklida ko'chiraylik:

$$p_n = \sum_m \alpha_{nm} p'_m\,, \quad \alpha_{nm} = \begin{bmatrix} \beta & -i\beta V/c & 0 & 0 \\ i\beta V/c & \beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \beta = \frac{1}{\sqrt{1-V^2/c^2}}. \qquad (92)$$

Lorens almashtirishlarini keltirib chiqarish nisbiylik nazariyasining muhim qadamidir. Ushbu bo'limda relyativistik formulalar klassik fizikadan keltirib chiqilgani kabi, Lorens almashtirishlari ham odatdagidan boshqa yo'l bilan keltirib chiqarildi[8]. Ularni (92) tenzor shaklida yozilishi turli to'rt o'lchamli vektor va tenzorlarga nisbatan qo'llash uchun imkoniyat beradi. Lorens almashtirishlari barcha vektorlarga qo'llanilganida ham ularni modulini invariant saqlab qoladi.

Kinematika hodisalarini o'rganish uchun to'rt o'lchamli koordinata vektorini kiritaylik:

$$(x_n) = (ct, ix, iy, iz), \qquad (93)$$

Uning moduli:

$$|x_n| = \sqrt{c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2} \qquad (94)$$

nisbiylik nazariyasida interval deb ataladi, va u invariant miqdordir.

(93) ifodani differensiallasak:

$$(dx_n) = (cdt, idx, idy, idz)\,. \qquad (95)$$

Bu vektorga Lorens almashtirishlarini qo'llaylik:

$$idx = \beta\left(idx' + i(V/c)cdt'\right), \quad cdt = \beta\left(cdt' - i(V/c)idx'\right). \qquad (96)$$

Tezlik ta'rifini $\vartheta_x = dx/dt$, $\vartheta'_x = dx'/dt'$ qo'llab, topamiz:

$$\vartheta_x = \frac{\vartheta'_x + V}{1 - \vartheta'_x V/c^2}\,. \qquad (97)$$

Bu – tezliklarni qo'shish relyativistik formulasidir.

Savol:

Massa va energiyaning ekvivalentligi ma'lum bo'lgan zamonda massa tushunchasi va birligini saqlab qolishga zaruriyat bormi?

§22. Fazoviy kompleks sonlarning ayrim xossalari

A.Eynshteyn tomonidan maxsus nisbiylik nazariyasining asosiy elementlarini bayon etuvchi maqolani nashr etilganiga (1905y) bir asrdan oshdi [1]. Bu nazariya tabiat haqidagi tasavvurlarga, ularning eng asosiy tushunchalariga shunday katta o'zgartirishlar kiritdiki, bundan avvalgi fizika klassik (an'anaviy) deb atala boshlandi. Nyuton fizikasidan farqli ravishda yangi nazariyada vaqt va masofalar harakatga bog'liqligi, keyinchalik esa modda bilan bog'liqligi, massa ham harakat bilan o'zgarishi, energiya bilan massa ekvivalentligi ko'rsatildi.

Borliqning bu xossalari ob'ektiv reallikni tashkil etadi. Bu reallik turli usullar bilan o'rganilishi mumkin. Pifagor teoremasining 370 isboti bo'lgani kabi [2], nazariya bir-necha usul bilan qurilishi mumkin. Ushbu risolada maxsus nisbiylik nazariyasining asosiy xullosalari bir emas, ikki yangi usul bilan keltirib chiqariladi.

Fazoviy kompleks sonlar (FKS) V.I. Eliseev tomonidan kiritilgan bo'lib [3], uning ishlarida bu sonlarning xossalari batafsil o'rganilgan. Tekislikdagi kompleks sonlar mavhum birlik $i=\sqrt{-1}$ ishtirokida yoziladi. Fazoviy kompleks sonlarda i dan tashqari $j=\sqrt{-1}$ mavhum birlik ishlatiladi, uning yordamida yangi koordinata o'qidagi sonlar ifodalanadi, ij ko'paytma esa yana bir koordinata o'qidagi sonlarni ifolash imkonini beradi. Shunday usulda to'rt va undan ko'p o'lchamli kompleks sonlar fazosi yaratiladi.

$\vartheta=\vartheta'+i\vartheta'', \eta=\eta'+i\eta''$ lar tekislikdagi kompleks sonlar bo'lsin. Ularni ishtirokida yozilgan

$$\nu=\vartheta+j\eta \tag{98}$$

kompleks fazoviy kompleks son deb ataladi. FKSlarni qo'shish, ayirish, ko'paytirish mumkin, bu amallarning natijasi ham FKS bo'ladi, ular yopiq to'plam xosil qiladi.

FKS fazosida vektor tushunchasi kiritilmaydi.

(98) ifoda FKSni algebraik ko'rinishi deyiladi. FKSning silindrik ko'rinishi quyidagicha aniqlanadi (tekislikdagi uslub fazoviy sonlarga qo'llaniladi):

$$\nu=\sqrt{\vartheta^2+\eta^2}\exp(j\,arctg\,\eta/\vartheta). \tag{99}$$

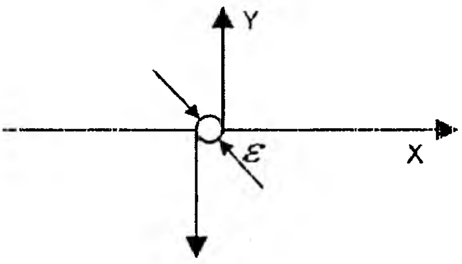
Bu yerda $|\nu|=\sqrt{\eta^2+\vartheta^2}$ FKSning birinchi moduli deyiladi. Umuman olganda $|\nu|$ - kompleks sondir, bu holda uning ikkinchi, real modulini topish mumkin, xususiy holda $|\nu|$ haqiqiy bo'lishi mumkin.

FKSlar orasida o'zi nolga teng bo'lmay, moduli nolga teng bo'lgan sonlar uchraydi:

$$1+ij;\quad 1-ij. \tag{100}$$

Ularning ko'paytmalari nolga teng bo'lib, shuning uchun bu sonlarni nolning bo'luvchilari deb ataladi. (100) sonlarni har qanday FKSga ko'paytmasi ham nolni bo'luvchilari bo'ladi. Nolning bo'luvchilarini silindrik shakli quyidagichadir:

$$\sqrt{0}\exp(\pm j\,arctg\,i). \tag{101}$$



6-rasm

Lekin bu ifodani nol bilan almashtirishga shoshish kerak emas, uning nolga teng emasligi sonning algebraik shakli (98) dan ham ko'rinib turadi. (99) – ifodada modulning qiymatini fizik ma'nosidan kelib chiqqan holda kichik ε son bilan almashtirish kerak. Masalan zarralarning koordinatasi haqidagi masalada bu ε zarraning to'lqin xossalaridan kelib chiqadigan koordinata aniqsizlikni bildirishi mumkin. Yoki zarraning biror virtual kvant holatida bo'lish vaqtidagi aniqsizlikni bildirishi mumkin.

Shu bilan birga (101) ifodani j koordinata o'qining ta'rifi sifatida qarash mumkin. Unda $+j$ va $-j$ koordinata o'qlari bir nuqtadan boshlanmay, balkim $\sqrt{\varepsilon}\exp(+j\,arctg\,i)$ va $\sqrt{\varepsilon}\exp(-j\,arctg\,i)$ turli nuqtalardan boshlanar ekan (6-rasmga qarang). Natijada FKSlar vositasida fizik miqdorlarni ifodalanishida, ularning qiymatlarida qandaydir ε noaniqlik, taqribiylik mavjudligini belgilab beradi. Bu esa ayrim fizik sistemalarni muhim xossalari aynan FKSlarni xossalari bilan mos kelishini ko'rsatadi.

Nolning bo'luvchilari haqidagi masalaga ikkinchi yondashuv ham mavjud. Unga ko'ra $\sqrt{0}\exp(\pm j\,arctg\,i)$ ifoda fazodagi biror muhim yo'nalishni belgilaydi ("выделенное направление»), bu yo'nalish ko'plab $a\sqrt{\varepsilon}\exp(\pm j\,arctg\,bi)$ nolni bo'luvchilaridan iborat ε-silindr bilan o'ralgan bo'ladi (a,b-ihtiyoriy FKS). ε-silindrni tashqarisidagi va ichkarisidagi fazo turli fizik xossalarga ega bo'ladi. Lekin bu fantastik asarlardagi o'zgacha fazo emas, real dunyodagi o'zgacha fazodir. Jumladan, V.I. Eliseev so'zlari bilan aytganda, ta'sirlashuvlar ε-silindrning ichidagi fazo orqali uzatiladi. Murakkab sistemalarda bir necha fazolar bir-birining ichiga joylanishi mumkin. FKSlarning sferik shaklida ε-silindr o'rniga ε-sfera haqida gapiriladi. Eynshteyn va Shvarsshild nazariyalariga ko'ra ochilgan qora teshiklar FKSlar yordamida ham tushuntiriladi, qora teshik atrofida gravitasion radius ichkarisidagi va tashqarisidagi fazoning xossalari butunlay o'zgachadir. FKSlarni bunday xossalarini tahliliga asosan, V.I.Eliseev FKS nazariy fizikaning yangi hisoblash apparati deb ta'riflagan.

§23. Fazoviy kompleks sonlar va relyativistik fizika

Moddiy nuqta bir o'lchamli harakatda bo'lsin. Vaqtni hisobga olganda uning harakati quyidagi fazoviy kompleksda o'rganilishi mumkin:

$$\nu = ct + ijx. \qquad (102)$$

Bu yerda c – tezlik birligidagi doimiy, vaqt va koordinata birligini moslash uchun kiritiladi. Ohir oqibatda uni yorug'lik tezligiga tengligi tasdiqlanadi.

(99) ga muvofiq ν ning moduli:

$$|\nu| = \sqrt{c^2t^2 - x^2}. \qquad (103)$$

Moddiy nuqtaning ikki yaqin holati orasidagi koordinatalar farqi

$$d\nu = cdt + ijdx \qquad (104)$$

bo'lib, uning moduli quyidagicha:

$$|d\nu| = cdt\sqrt{1 - \vartheta^2/c^2}, \qquad (105)$$

$\vartheta = dx/dt$ - nuqtaning tezligi.

Bulardan ma'lum bo'ladiki, maxsus nisbiylik nazariyasida kiritiladigan voqealar orasidagi interval $ds = \sqrt{c^2dt^2 - dx^2}$ fazoviy kompleks sonning modulidan iborat ekan. Fazoviy kompleks sonlarni o'rganilayotganda interval tushunchasi kompleks sonning elementi sifatida fazo va vaqt nazariyasiga tabiiy ravishda kirib kelar ekan.

Interval haqiqiy bo'lsa - vaqtsimon interval deb yuritiladi, vaqtsimon intervalli hodisalar bir-biriga bog'liq bo'lishi mumkin. Intervali mavhum bo'ladigan hodisalar fazosimon deb yuritiladi, bu hodisalar bir-biriga bog'liq bo'lmagan holda ro'y beradi. Interval nol bo'lganda tasvirlangan hodisalar chegaraviy holni tashkil etadi.

Maxsus nisbiylik nazariyasida inersial sistemalarni almashtirganda intervalning invariantligi signallar maksimal tezligining (yorug'lik tezligining) invariantligi asosida isbotlanadi. Kompleks sonlar fazosida interval invariant bo'lishi uchun koordinata sistemalarini almashtirishda son moduli o'zgarmay qolishi kerak. Jumladan koordinata o'qlari xt tekislikka tik o'q atrofida ψ burchakka burilsa, sonning moduli o'zgarmasligi kerak. Psevdoevklid fazoda bunday burish paytida nuqta koordinatalarining o'zgarishi triganometrik funksiyalar emas, balki giperbolik funksiyalar bilan ifodalanadi [4]:

$$dx = dx'\,ch\psi + cdt'\,sh\psi, \quad cdt = cdt'\,ch\psi + dx'\,sh\psi. \qquad (106)$$

Burish burchagini aniqlash uchun $dx' = 0$ xususiy holni ko'rib chiqaylik: shtrixli sistemada ikki voqea koordinata boshida ro'y bergan bo'lsin. Unda:

$$dx = cdt' sh\psi, \qquad cdt = cdt' ch\psi,$$

$$tg\psi = dx / cdt = V / c, \qquad ch\psi = 1/\sqrt{1 - V^2/c^2}, \qquad sh\psi = V / c\sqrt{1 - V^2/c^2}$$

va (106) Lorens almashtirishlari quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$dx = \frac{dx' + Vdt'}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \quad cdt = \frac{cdt' + Vdx'/c}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \tag{107}$$

Bu yerda V ikki o'lchov sistemasi orasidagi nisbiy tezlik.

(107) ni (106) ga qo'ysak:

$$cdt + ijdx = (cdt' + ijdx')(ch\psi + ij\, sh\psi). \tag{108}$$

Oxirgi qavsning moduli birga teng:

$$ch\psi + ijsh\psi = \sqrt{ch^2\psi - sh^2\psi}\exp(jarctg(itg\psi)) = \exp(jarctg(iV/c)), \tag{109}$$

Shuning uchun:

$$\sqrt{c^2dt^2 - dx^2} = \sqrt{c^2dt'^2 - dx'^2} = inv, \tag{110}$$

$$arctg(i\vartheta / c) = arctg(i\vartheta' / c) + arctg(iV / c). \tag{111}$$

Oxirgi tenglikni ikki tarafidan tangens funksiya hisoblab, tezliklarni qo'shish relyativistik formulasini xosil qilamiz:

$$\vartheta = \frac{\vartheta' + V}{1 + \vartheta' V / c^2}. \tag{117}$$

Bo'limga doir xullosalarni sanab o'taylik. FKS nuqtai nazaridan:

- relyativistik interval FKS modulidan iborat;
- intervalning invariantligi sanoq sistemasini burish amali bilan bog'liq; bunda koordinatalarni almashtirish Lorens formulalari bilan ifodalanadi;
- (109) va (110) ga ko'ra Lorens almashtirishlari fazoviy kompleksni $\exp(jarctg(iV/c))$ ga ko'paytirishdan iborat.

§24. FKS larda relyativistik dinamika elementlari

Moddiy nuqtaning tinch holatdagi massasi m_0 va interval ds sanoq sistemalarini almashtirishga nisbatan invariant miqdorlardir. Shuni hisobga olganda $P = m_0 dv / ds$ kompleksni tekshiraylik, bu kompleks dv kompleks kabi muhim ahamiyatga ega:

$$P = \frac{m_0 dv}{ds} = \frac{m_0 c + ijm_0\vartheta}{\sqrt{1 - \vartheta^2/c^2}} = \frac{E}{c} + ijp, \tag{118}$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \vartheta^2/c^2}}, \; E = mc^2, \; p = m\vartheta = \frac{E\vartheta}{c^2}.$$

Xosilani hisoblashda interval ds va vaqt orasidagi $ds = dt\sqrt{1-\vartheta^2/c^2}$ bog'lanishdan foydalanildi. (118) kompleksni silindrik shakli quyidagicha:

$$P = \sqrt{E^2/c^2 - p^2}\exp(j\,arctg\, ipc/E) = m_0 c\exp(j\,arctg\, i\vartheta/c). \qquad (119)$$

Bu kompleksni boshqa inersial sanoq sistmasiga o'tkazish uchun uni $\exp(j\,arctg(iV/c))$ ga ko'paytirish etarlidir, bunda kompleksning moduli o'zgarmaydi:

$$E^2/c^2 - p^2 = m_0^2c^2 = inv. \qquad (120)$$

P kompleks nolning bo'luvchilari bilan tasvirlanganda uning moduli nolga teng bo'lishi kerak edi, lekin bu kompleks uchun modulning Shunday tabiiy chegarasi $\varepsilon = m_0 c$ mavjud ekanki, modul undan kichik bo'lmas ekan. Lekin tabiatdagi ayrim zarralar uchun $m_0 = 0$ bo'lib, ular uchun $P = \sqrt{0}\exp(j\,arctg\,i)$, $\vartheta = c$, $E = pc$.

(120) tenglikni vaqt bo'yicha xosilasini olib, relyativistik dinamikaning boshqa muhim munosabatlarini xosil qilamiz:

$$\frac{dE}{dt} = \vartheta\frac{dp}{dt} = F\vartheta, \quad \frac{dp}{dt} = F. \qquad (121)$$

Ular klassik fizikadagi kabi ko'rinishga ega bo'lsada, relyativistik mazmunga ega.

Harakat tenglamasining relyativistik kovariant shakli quyidagicha ifodalanadi:

$$dP/ds = \Lambda \qquad (122)$$

Tenglamaning chap tarafidagi ifoda ma'lum bo'lgani uchun, kuch ma'nosiga ega bo'lgan Λ kompleksni topamiz:

$$\Lambda = \frac{\vartheta F}{c\sqrt{1-\vartheta^2/c^2}} + ij\frac{F}{\sqrt{1-\vartheta^2/c^2}} \qquad (123)$$

silindrik shaklda esa:

$$\Lambda = ijF\exp(j\,arctg\, i\vartheta/c). \qquad (124)$$

Shunday qilib FKSlar maxsus nisbiylik nazariyasining asosiy natijalarini metodik qulay tarzda keltirib chiqarish va o'quv kursida bayon etish imkonini berar ekan.

§25. Muhim formulalar

- Galiley almashtirishlari:

$$x = x' + Vt', \quad y = y', \quad z = z', \quad t = t', \qquad \vartheta_x = \vartheta_x' + V, \quad \vartheta_y = \vartheta_y', \quad \vartheta_z = \vartheta_z'.$$

- Yorug'lik tezligi:

$$c = (299\,792\,458 \pm 1.2)\,m/s.$$

- Vaqt oraliqlari va masofalarning nisbiyligi:

$$T = \frac{\tau}{\sqrt{1 - V^2 / c^2}}, \quad l = l_0 \sqrt{1 - V^2 / c^2}$$

- Relyativistik interval:

$$\Delta s = (c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2)^{1/2}$$

- Lorens almashtirishlari:

$$\Delta x = \frac{\Delta x' + V \Delta t'}{\sqrt{1 - V^2 / c^2}}, \quad c\Delta t = \frac{c\Delta t' + V \Delta x' / c}{\sqrt{1 - V^2 / c^2}}, \quad \Delta y = \Delta y', \quad \Delta z = \Delta z'$$

- Tezliklarni qo'shish relyativistik formulasi:

$$\vartheta_{t.m} = \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{1 + \vartheta_1 \vartheta_2 / c^2}$$

- Yulduzlar aberrasiyasi uchun formula:

$$\cos\theta = \frac{\cos\theta_0 - V/c}{1 - (V/c)\cos\theta_0},$$

- Dopler effekti uchun relyativistik formula:

$$\nu = \nu_0 \sqrt{\frac{1 - V/c}{1 + V/c}}.$$

- Kompton hodisasiga doir formulalar:

$$\Delta\lambda = \lambda_C (1 - \cos\theta), \quad \eta = \Delta\lambda / (\Delta\lambda + \lambda).$$

- To'rt o'lchamli koordinata – vaqt vektori:

$$(\Delta x_n) = (c\Delta t, i\Delta x, i\Delta y, i\Delta z) = (c\Delta t, i\Delta \vec{r}).$$

- Lorens almashtirishlarini kovariant shakli:

$$x_n = \sum_m \alpha_{nm} x'_m, \quad \alpha_{nm} = \begin{bmatrix} \beta & -i\beta V/c & 0 & 0 \\ i\beta V/c & \beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

- To'rt o'lchamli energiya – impuls vektori:

$$(p_n) = \left(\frac{m_0 c}{\sqrt{1 - \vartheta^2 / c^2}}, \frac{i m_0 \vec{\vartheta}}{\sqrt{1 - \vartheta^2 / c^2}} \right) = \left(\frac{E}{c}, i\vec{p} \right).$$

- Relyativistik massa, energiya va impuls:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \vartheta^2 / c^2}}, \quad E = mc^2, \quad \vec{p} = m\vec{\vartheta}.$$

- Impuls va energiya orasidagi relyativistik bog'lanish:

$$\vec{p} = \frac{E}{c^2} \vec{\vartheta}, \quad E^2 / c^2 - p^2 = m_0^2 c^2$$

- Kinetik energiya:

$$E_k = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \vartheta^2 / c^2}} - 1 \right) = E - E_0.$$

- Foton uchun energiya va impuls orasidagi bog'lanish:

$$p = E/c.$$

- Fotonning tezligi:

$$\vartheta = c.$$

- Harakat tenglamasining kovariant shakli:

$$dp_n / d\tau = F_n, \quad (F_n) = \left(\frac{F\vartheta}{c\sqrt{1-\vartheta^2/c^2}}, \frac{iF}{\sqrt{1-\vartheta^2/c^2}} \right).$$

- Harakat tenglamasining Evklid fazosidagi ifodalari:

$$dp/dt = F, \quad dE/dt = F\vartheta.$$

- Ikki vektorning ortogonalligi:

$$\sum_n p_n \frac{\partial p_n}{\partial \tau} = 0.$$

- Yadro bog'lanish energiyasini hisoblash formulasi (He^4 misolida):

$$\Delta E = (2(m_p + m_n) - m_{He})c^2.$$

- Energiya – impuls tenzori:

$$T_{nm} = m_0 \left(\frac{dx_n}{d\tau}\right)\left(\frac{dx_m}{d\tau}\right)\left(\frac{d\tau}{dt}\right) = \begin{bmatrix} u & icp_x & icp_y & icp_z \\ icp_x & -\sigma_{xx} & -\sigma_{xy} & -\sigma_{xz} \\ icp_y & -\sigma_{xy} & -\sigma_{yy} & -\sigma_{yz} \\ icp_z & -\sigma_{xz} & -\sigma_{yz} & -\sigma_{zz} \end{bmatrix}.$$

- Energiya va impulsni saqlanish qonunlarini kovariant shakli:

$$\sum_m \frac{\partial T_{nm}}{\partial x_m} = 0$$

3-bob . RELYATIVISTIK ELEKTRODINAMIKA

Nisbiylik prinsipiga ko'ra fizika qonunlari barcha inersial sanoq sistemalarida bir xil ko'rinishga ega bo'lishi kerak, *kovariant* bo'lishi kerak. Ilgari mexanik hodisalarga qo'llanilgan bu qoida barcha fizik hodisalarga, jumladan elektrodinamika qonunlariga, ya'ni optika qonunlariga qo'llanishi kerak. Bu bo'limda elektrodinamika qonunlarini nisbiylik prinsipi nuqtai nazaridan qayta ko'rib chiqiladi.

§26. Zaryadni saqlanish qonuni

Elektrodinamika sohasida nisbiylik nazariyasi va uning matematik apparati ayniqsa mukammallikka erishgan. Nisbiylik nazariyasini elektrodinamikaga qo'llanishini elektrodinamikaning birinchi mavzusidan ko'rishimiz mumkin. Ma'lumki, zaryadning saqlanish qonuni uzluksizlik tenglamasi bilan ifodalanadi:

$$\partial\rho/\partial t + div\vec{j} = 0. \qquad (1)$$

Bu yerda ρ - zaryadlar zichligi, $\vec{j}$ - tok zichligi. Bu tenglamani to'rt o'lchamli divirgensiya operatori va to'rt o'lchamli tok zichligini skalyar ko'paytmasi sifatida tasvirlash mumkin:

$$(j_n) = (c\rho, ij_x, ij_y, ij_z), \qquad (2)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial x_n}\right) = \left(\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{i\partial x}, \frac{\partial}{i\partial y}, \frac{\partial}{i\partial z}\right), \qquad (3)$$

$$\sum_n \frac{\partial j_n}{\partial x_n} = 0. \qquad (4)$$

Bir sanoq sistemasidan ikkinchisiga o'tilsa tok zichligining tashkil etuvchilari o'zgaradi, lekin tok zichligi to'rt o'lchamli vektor bo'lib qolaveradi. Shuning uchun (4) uzluksizlik tenglamasining relyativistik kovariant shaklidir.

Klassik elektrodinamikada $\vec{j} = \rho\vec{\vartheta}$ deb aniqlanadi, $\vec{\vartheta}$ - zaryadlarning o'rtacha harakat tezligi. Nisbiylik nazariyasi buni tasdiqlarmikan? Aytaylik biror sanoq sistemasida $\vec{j} = 0$, zaryad zichligi ρ_0 bo'lsin. Lorens almashtirishlarini bu holda (2) vektorga qo'llab x o'qi bo'ylab $-V$ tezlikka ega bo'lgan sanoq sistemasidagi zaryad va tok zichligini topamiz:

$$\rho = \rho_0/\sqrt{1 - V^2/c^2},\ j_x = \rho_0 V/\sqrt{1 - V^2/c^2} = \rho V,\ j_y = j_z = 0. \qquad (5)$$

Nisbiylik nazariyasiga ko'ra, tinch turgan zaryadlarning zichligi eng kichik bo'lib, harakatdagi zaryadlarning zichligi kattaroq bo'lar ekan. Harakat tufayli birlik hajmning bir o'lchami Lorens qisqarishiga uchraydi, lekin hajmdagi zaryad saqlangani uchun, zaryad zichligi ortadi. Zaryad zichligi va tok zichligi orasidagi bog'lanish esa ($j_x = \rho V$) klassik elektrodinamikada to'g'ri aniqlangan ekan.

To'lqin tenglamasida vaqt va koordinata bo'yicha ikkinchi darajali xosilalar uchraydi. (3) - divergensiyani kvadratini ko'rsak:

$$\Box = \sum_n \frac{\partial^2}{\partial x_n^2} = \frac{\partial^2}{c^2\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \qquad (6)$$

to'lqin tenglamasida uchraydigan xosiladan iborat. $\Box$ belgisi Dalamber operatorini belgilaydi. Unda biror A fizik miqdorning to'lqin tenglamasi $\Box A = 0$ relyativistik kovariant shaklda yoziladi.

Savollar:

1. Elektrodinamikadagi dastlabki 4-o'lchovli vektor qanday kiritiladi?
2. 4-o'lchovli operatorlar qanday kiritiladi?
3. Bu bo'limda qanday invariant miqdorlar va kovariant qonunlar topildi?

§27. **Dalamber tenglamalari va Lorens sharti**

Lorens sharti elektromagnit maydonning vektor ($\vec{A}$) va skalyar (φ) potensiallariga qo'yilgan shart bo'lib, klassik elektrodinamikada quyidagi shaklga ega (SGS birliklar sistemasida):

$$\frac{1}{c}\frac{\partial \varphi}{\partial t} + div\,\vec{A} = 0. \qquad (7)$$

To'rt o'lchovli divirgensiya amalini qo'llash uchun potensiallarni yagona to'rt o'lchovli vektor tarzida ifodalashimiz kerak:

$$(A_n) = (\varphi, iA_x, iA_y, iA_z), \qquad (8)$$

Shunda Lorens sharti relyativistik kovariant shaklda ifodalanadi:

$$\sum_n \frac{\partial A_n}{\partial x_n} = 0. \qquad (9)$$

Lorens sharti bajarilganda maydon potensiallari uchun Dalamber tenglamalari an'anaviy tarzda quyidagicha ifodalanardi:

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\varphi = -4\pi\rho,$$

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\vec{A} = -4\pi\,\vec{j}/c.$$

$\Box$ operatorni va to'rt o'lchovli (A_n) va (j_n) vektorlarni qo'llab bu tenglamalarni ixcham relyativistik kovariant shaklda ifodalaymiz:

$$\Box A_n = 4\pi\, j_n / c. \qquad (10)$$

Savollar:

1. Bu bo'limda qanday invariant miqdorlar va kovariant qonunlar topildi?

§28. **Elektromagnit maydon tenzori**

Maydon potensiallari elektr va magnit maydonlarni aniqlaydi:

$$\vec{H} = rot\,\vec{A}, \quad E = -grad\varphi - \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}. \tag{11}$$

To'rt o'lchamli fazoda bu ifodalarni quyidagicha umumlashtirish mumkin:

$$F_{nm} = \frac{\partial A_m}{\partial x_n} - \frac{\partial A_n}{\partial x_m}. \tag{12}$$

Bu ifodani *elektromagnit maydonning* antisimmetrik *tenzori* deyiladi. n va m indekslarning turli qiymatlarida (12) formula bo'yicha hisob elektr va magnit maydon kuchlanganligini turli komponentalarini beradi. Elektr va magnit maydonlarni bir formula bo'yicha hisoblanishi ular orasdagi chuqur bog'lanishni bildiradi, ular yagona elektromagnit maydonning tashkil etuvchilaridir. Ularning har biri uch tashkil etuvchiga ega bo'lgani bilan, ular vektor emas, balkim yagona tenzorning tashkil etuvchilaridir. Elektr va magnit maydonlar orasidagi chuqur bog'lanish klassik elektrodinamikadan ham ma'lum edi, lekin nisbiylik nazariyasi ularni yagona ifodaga – elektromagnit tenzorga birlashtirdi.

Yuqorida kiritilgan elektromagnit maydon tenzori jami $4^2=16$ komponentaga ega. Bu tenzor indekslarini almashtirganda ishorasi o'zgaradi ($F_{nm} = -F_{mn}$), bunday tenzor ikki indeksi bo'yicha *antisimmetrik* tenzor deyiladi. Jumladan indekslar teng bo'lganida $F_{nn} = -F_{nn} = 0$ natijaga keltiradi, antisimmetrik tenzorning 4 dioganal elementlari nolga tengdir. Tenzorning qolgan 12 komponentasining 6 tasi qolganlariga teskari ishora bilan teng, Shuning uchun elektromagnit maydon tenzorining 6 erkin tashkil etuvchisi mavjud: $E_x, E_y, E_z, H_x, H_y, H_z$. Elektr va magnit maydonlarning potensiallar orqali ifodasidan foydalanib, tenzor elementlarini hisoblaylik.

$$\vec{H} = rot\,\vec{A}, \quad E = -grad\,\varphi - \frac{\partial \vec{A}}{c\partial t},$$

$$F_{01} = \frac{\partial A_1}{\partial x_0} - \frac{\partial A_0}{\partial x_1} = \frac{i}{c}\frac{\partial A_x}{\partial t} - \frac{\partial \varphi}{i\partial x} = i\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial A_x}{c\partial t}\right) = -iE_x,$$

$$F_{02} = \frac{\partial A_2}{\partial x_0} - \frac{\partial A_0}{\partial x_2} = -iE_y, \qquad F_{03} = \frac{\partial A_3}{\partial x_0} - \frac{\partial A_0}{\partial x_3} = -iE_z,$$

$$F_{12} = \frac{\partial A_2}{\partial x_1} - \frac{\partial A_1}{\partial x_2} = \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} = H_z,$$

$$F_{13} = \frac{\partial A_3}{\partial x_1} - \frac{\partial A_1}{\partial x_3} = \frac{\partial A_z}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial z} = -H_y,$$

$$F_{23} = \frac{\partial A_3}{\partial x_2} - \frac{\partial A_2}{\partial x_3} = \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} = H_x.$$

Elektromagnit maydon tenzorining elementlarini jadval shaklida yozamiz:

$$(F_{nm})=\begin{bmatrix} 0 & -iE_x & -iE_y & -iE_z \\ iE_x & 0 & H_z & -H_y \\ iE_y & -H_z & 0 & H_x \\ iE_z & H_y & -H_x & 0 \end{bmatrix}. \qquad (13)$$

Xususiy holda, sanoq sistemasini qulay tanlansa, maydonning 6 tashkil etuvchisidan 2 tadan 5 tagachasi nol bo'lishi mumkin. Bu haqda keyingi bo'limda fikr yuritiladi.

Savollar:

1. Elektrodinamikadagi dastlabki 4-o'lchovli vektor qanday kiritiladi?
2. 4-o'lchovli operatorlar qanday kiritiladi?
3. Tenzor deb nimaga aytiladi?
4. Bu bo'limda qanday invariant miqdorlar va kovariant qonunlar topildi?

§29. Elektromagnit maydon tenzorini almashtirish

Elektr va magnit maydonlarning nisbiy xaraktyerda ekanligi avvaldan ma'kev. Xaqiqatan, zaryad qo'zg'almas turgan sanoq sistemasida faqat elektr maydonga ega bo'ladi, shu zaryadni boshqa, harakatdagi sanoq sistemasidan turib kuzatsak, magnit maydonini ham sezamiz. Aksincha, biror sistemada faqat magnit maydoni mavjud bo'lsin. Boshqa harakatdagi sanoq sistemada Faradey elektromagnit induksiya qonuniga asosan uyurmaviy elektr maydoni ham kuzatiladi. Elektr va magnit maydonlar to'rt o'lchovli Minkovskiy fazosini elementlari bo'lgani uchun ularni almashtirish formulalari nisbiylik nazariyasida aniqlanishi kerak.

Yuqorida (2-bobning 29-formulasi) to'rt o'lchovli vektorlarni Lorens almashtirishlari ntypjh shaklida yozilgan edi. Bunday almashtirishni, jumladan, to'rt o'lchovli potensialga ham qo'llanishi mumkin:

$$A_n=\sum_m \alpha_{nm}A'_m\,,$$

$$A_2=A_2',\quad A_3=A_3'$$

$$A_0=\beta(A_0'-iVA_1'/c),\quad A_1=\beta(A_1'+iVA_0'/c),$$

$$\varphi=\beta(\varphi'+VA_x'/c),\qquad A_x=\beta(A_x'+V\varphi'/c) \qquad (14)$$

Tenzor elementlarini almashtirish (14) ga nisbatan murakkabroq:

$$F_{nm} = \sum_i \sum_j \alpha_{ni} \alpha_{mj} F_{ij}' . \qquad (15)$$

i, j indekslarning har biri to'rt qiymat qabul qiladi, natijada K sitemadagi tenzorning bir elementini hisoblash uchun umuman olganda 16 hadni hisobga olish kerak. Masalan:

$$F_{01} = \sum_i \sum_j \alpha_{0i} \alpha_{1j} F_{ij}' = \sum_i \alpha_{0i} \left(\alpha_{10} F_{i0}' + \alpha_{11} F_{i1}' + \alpha_{12} F_{i2}' + \alpha_{13} F_{i3}' \right)$$

$F_{00}' = F_{11}' = 0$, $\alpha_{12} = \alpha_{13} = 0$ ekanligi hisobni osonlashtiradi:

$$F_{01} = -iE_x = \alpha_{10}\left(\alpha_{00} F_{00}' + \alpha_{01} F_{10}'\right) + \alpha_{11}\left(\alpha_{00} F_{01}' + \alpha_{01} F_{11}'\right) = \beta^2 \left[i \frac{V}{c} \left(-i \frac{V}{c} \right) iE_x' - iE_x' \right] = -iE_x'$$

Xullas, $E_x = E_x'$. K sistemadagi tenzorning bir elementini toptik. Qolgan beshtasini ham topsak: $E_x = E_x'$, $H_x = H_x'$,

$$E_y = \frac{E_y' + (V/c) H_z'}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \quad E_z = \frac{E_z' - (V/c) H_y'}{\sqrt{1 - V^2/c^2}},$$
$$H_y = \frac{H_y' - (V/c) E_z'}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \quad H_z = \frac{H_z' + (V/c) E_y'}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}. \qquad (16)$$

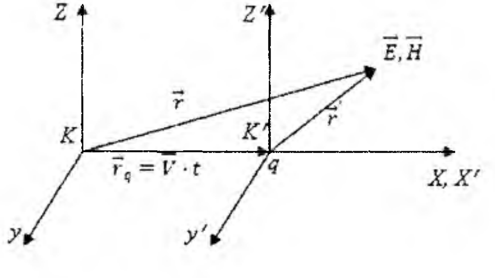
Formulalarning simmetrik emasligi ikki sanoq sistemasi o'zaro x o'qi bo'ylab harakatlanishi bilan bog'liq, harakat yo'nalishida maydon o'zgarmas ekan. Nisbiylik nazariyasini uzviy ketma ketlikda qo'llanishi elektromagnit maydonni bir o'lchov sistemasidan ikkinchisiga o'tkazish formulalarini keltirib chiqardi.

Tezliklar nisbatan kichik bo'lganida (57) dagi ildizlarni 1 ga teng deb hisoblash, natijalarni esa vektor tarzda ifodalash mumkin (tekshirib ko'ring):

$$\vec{E} = \vec{E}' + \left(\vec{H}' \times \vec{V}\right)/c, \qquad \vec{H} = \vec{H}' - \left(\vec{E}' \times \vec{V}\right)/c. \qquad (17)$$

Biror sistemada $\vec{E}' = 0$ bo'lsa, boshqa sistemada: $\vec{E} = \left(\vec{H}' \times \vec{V}\right)/c$,, $\vec{H} = \vec{H}'$, $\vec{E} \perp \vec{H}$.

Biror sistemada $\vec{H}' = 0$ bo'lsa, boshqa sistemada: $\vec{E} = \vec{E}'$, $\vec{H} = -\left(\vec{E}' \times \vec{V}\right)/c$, $\vec{E} \perp \vec{H}$.



6 - rasm

$\vec{E}'$- qo'zg'almas nuqtaviy zaryad maydoni bo'lsin: $\vec{H}'=0$, $\vec{E}'=q\vec{r}'/r'^3$. Boshqa sanoq sistemasida

$$\vec{E}=\vec{E}'=q\vec{r}'/r'^3,$$
$$\vec{H}=-\vec{E}\times\vec{V}/c=-q\vec{r}'\times\vec{V}/cr'^3=q\vec{V}\times\vec{r}'/cr'^3 \qquad (17')$$

Ikki sistemada koordinatalar quyidagicha bogliq (6-rasm): $\vec{r}=\vec{r}'+\vec{V}t=\vec{r}'+\vec{r}_q$, $\vec{r}'=\vec{r}-\vec{r}_q$, unda:

$$\vec{E}(\vec{r})=q(\vec{r}-\vec{r}_q)/|\vec{r}-\vec{r}_q|^3,$$
$$\vec{H}(\vec{r})=q\vec{V}\times(\vec{r}-\vec{r}_q)/c|\vec{r}-\vec{r}_q|^3 \qquad (17'')$$

bu esa nuqtaviy zaryad uchun Bio-Savara-Laplas qonunining aynan o'zidir.

Savollar:

1. Klassik fizikada elektr va magnit maydonlarni nisbiyligi ma'lummidi?
2. Klassik elektrodinamikada elektr va magnit maydonlarni almashtirish ma'lummidi?
3. Tenzorlar harakatdagi sanoq sistemasiga qanday almashtiriladi?
4. Bu bo'limda qanday invariant miqdorlar va kovariant qonunlar topildi?

§30. Elektromagnit maydon invariantlari

Vektorlarning tashkil etuvchilari sanoq sistemasini almashtirish paytida o'zgaradi. Lekin ularning moduli (Minkovskiy fazosida) o'zgarmaydi. Demak vektorning invarianti uning modulidan iborat ekan. Shu kabi tenzorni almashtirganda ham o'zgarmas qoladigan miqdorlar bor. Ikkinchi rangli tenzorning invariantlari ikkita bo'lib, ularni biri quyidagicha ifodalanadi:

$$\sum_{n,m} F_{nm}^2 = const_1. \qquad (18)$$

Elektromagnit maydon tenzoriga (54) ga qo'llasak,

$$H^2-E^2=const_1/2 \qquad (19)$$

natijaga kelamiz. Demak (19) ifoda biror sistemada musbat bo'lsa, har qanday sanoq sistemasida ham musbat bo'ladi, jumladan biror sistemada elektr maydoni nolga teng bo'lishi ham mumkin. (19) ayirma nol bo'lsa, har qanday sistemada ham $E=H$ tenglik bajariladi (bu tenglik elektromagnit to'lqinga xos tenglikdir).

Elektromagnit maydonning ikkinchi invariantini quyidagicha tuzish mumkin ekan:

$$\sum_{iklm} e_{iklm} F_{in} F_{lm} = const_2 . \qquad (20)$$

Bu yerda e_{iklm} to'rtinchi rangli barcha indekslari bo'yicha antisimmetrik tenzor. Uning 256 elementidan indekslari turli bo'lgan (0123) 24 elementi noldan farqli, qolganlari nolga teng. $e_{0123} = 1$ bo'lib, bu yerdagi indekslarni o'rnini almashtirib, tenzorning noldan farqli boshqa elementlarini topish mumkin, har bir o'rin almashtirish elementning ishorasini o'zgartiradi. (20) ifodaga asosan elektromagnit tenzorning ikkinchi invarianti topiladi:

$$\vec{E}\vec{H} = const_2 \qquad (21)$$

Jumladan, $const_2 = 0$ bo'lsa, $\vec{E} \perp \vec{H}$ bo'ladi, bu tiklik har qanday sanoq sistemasida ham bajariladi (bu xossa ham elektromagnit to'lqinga xosdir).

Yuqori rangli tenzor invariantlarining soni yanada ko'p bo'ladi.

Elektromagnit maydonning (19) va (21) tengamalaridan foydalanib, shunday sanoq sistemasini izlash mumkinki, unda elektr va magnit maydon parallel bo'lsin. Unda (21) tenglama soddalashadi: $EH = const_2$. Bu tenglamani (19) bilan birgalikda echib, elektr va magnit maydonlarni topishimiz mumkin. Ularning umumiy yo'nalishini x o'qi deb olsak, $E_y = E_z = H_y = H_z = 0$ bo'ladi va elektromangnit maydon tenzori ixchamlashadi, tenzorda faqat E_x va H_x ishtirok etadi.

Elektr va magnit maydonlar tik bo'lsin, koordinata o'qlarini ular bo'ylab tanlaylik. Maydonlarni noldan farqli tashkil etuvchilari E_z' va H_y' bo'lsin. Lorens (16) almashtirishlarini bajarsak, yangi sistemada ham magnit maydonining faqat y tashkil etuvchisi noldan farqli bo'ladi: $H_y = \frac{H_y' - (V/c)E_z'}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$. Aniqlik uchun $E_z' > H_y'$ bo'lsin. Unda V tezlikni qiymatini tanlash bilan H_y ni ham nolga aylantirish mumkin ekan. Yangi sistemada faqat elektr maydoni bo'lib, bu maydon z o'qi bo'ylab yo'nalgan bo'ladi ((16 tengliklar bo'yicha tekshiring). Bu holda elektromagnit maydon tenzori yanada ixcham bo'ladi, unda faqat E_z ishtirok etadi. O'zaro tik bo'lgan maydonlardan magnit maydoni kuchliroq bo'lsa, elektr maydoni nolga teng bo'lgan sanoq sistemasini topish mumkin.

Agar maydonlarni qiymati teng va o'zaro tik bo'lsa, bu xossa har qanday sanoq sistemasida saqlanadi (elektromagnit to'lqinlar ana shunday xossaga ega). Bu holda koordinata o'qlarini maydonlar bo'yicha joylashtirsak, $E_x = H_y$ bo'lsa, maydon tenzori sodda yoziladi.

Shunday qilib sanoq sistemasini qulay tanlansa, elektromagnit maydonnining 6 tashkil etuvchisidan 4 yoki 5 tasi nolga aylanar ekan.

Savollar:

1. Biror sanoq sistemasida $E_x = E_y = E_z$, $H_z = 2E_z$, $H_y = H_x = 0$ bo'lsin. Elektromagnit tenzor soddaroq yoziladigan sistemaga o'tilsa maydon energiyasining zichligi qanday o'zgaradi?
2. e_{iklm} tenzorning noldan farqli elementlarini toping.
3. Bu bo'limda qanday invariant miqdorlar va kovariant qonunlar topildi?

§31. Maksvell tenglamalarining kovariant shakli

Maksvell tenglamalari elektr va magnit maydon kuchlananliklaridan (elektromagnit maydon tenzorining elementlaridan) xosilalar ishtirokida yoziladi. Ularni tenzor elementlari orqali yozilsa, ular relyativistik kovariant bo'ladi. Quyidagi ifodani yozaylik:

$$\Phi_{nml} = \frac{\partial F_{nm}}{\partial x_l} + \frac{\partial F_{ln}}{\partial x_m} + \frac{\partial F_{ml}}{\partial x_n}. \tag{22}$$

Bu ifodada indekslar turli qiymatga ega bo'lishi kerak. Aks holda ifoda aynan nolga teng bo'ladi. Haqiqatan, $n = m$ desak, elektromagnit maydon tenzori antisimmetrik bo'lgani uchun, diagonal elementi $F_{mm} = 0$, qolgan ikki had ham antisimmetriklik tufayli nolni beradi: $\frac{\partial F_{lm}}{\partial x_m} + \frac{\partial F_{ml}}{\partial x_m} = 0$.

Ikkinchidan ifoda ixtiyoriy ikki indeksni o'rnini almashtirishga nisbatan antisimmetrikdir. Masalan nm indekslarni o'rnini almashtirsak, birinchi had ishorasini o'zgartiradi, ikkinchi had: $\frac{\partial F_{ln}}{\partial x_m} \Rightarrow \frac{\partial F_{lm}}{\partial x_n} = -\frac{\partial F_{ml}}{\partial x_n}$ uchinchi hadni teskarisini, uchinchi had esa – ikkinchi hadni teskarisini berar ekan. Nihoyat, (22) ga elektromagnit maydon tenzorining (12) ta'rifini qo'yib, uning qiymati nolga tengligini topamiz:

$$\Phi_{nml} = 0, \tag{23}$$

$$\frac{\partial F_{nm}}{\partial x_l} + \frac{\partial F_{ln}}{\partial x_m} + \frac{\partial F_{ml}}{\partial x_n} = 0. \tag{24}$$

Bunday tenzor shaklda yozilgan tenglama har qanday sanoq sistemasida ham umumiy shaklini saqlaydi, *relyativistik kovariant* shaklga egadir. Tenglamalardan biri, masalan $\Phi_{123} = 0$, unda 4 indeks ishtirok etmagan, 1,2,3 ishtirok etmagan tenglamalar bilan birga jami to'rtta (24) ko'rinishdagi tenglama o'rinlidir. Ular Maksvell tenglamalariga mos kelar ekan. Haqiqatan;

$$\Phi_{123}=\frac{\partial F_{12}}{\partial x_3}+\frac{\partial F_{31}}{\partial x_2}+\frac{\partial F_{23}}{\partial x_1}=\frac{\partial H_z}{i\partial z}+\frac{\partial H_y}{i\partial y}+\frac{\partial H_x}{i\partial x}=-i\,div\vec{H}=0$$

Maksvell tenglamalaridan birini xosil qildik. Davom ettiramiz:

$$\Phi_{012}=\frac{\partial F_{01}}{\partial x_2}+\frac{\partial F_{20}}{\partial x_1}+\frac{\partial F_{12}}{\partial x_0}=\frac{-i\partial E_x}{i\partial y}+\frac{i\partial E_y}{i\partial x}+\frac{\partial H_z}{c\partial t}=\left(\frac{\partial E_y}{\partial x}-\frac{\partial E_x}{\partial y}\right)+\frac{1}{c}\frac{\partial H_z}{\partial t}=0$$

$$\Phi_{013}=\frac{\partial F_{01}}{\partial x_3}+\frac{\partial F_{30}}{\partial x_1}+\frac{\partial F_{13}}{\partial x_0}=\frac{-i\partial E_x}{i\partial z}+\frac{i\partial E_z}{i\partial x}-\frac{\partial H_y}{c\partial t}=-\left(\frac{\partial E_x}{\partial z}-\frac{\partial E_z}{\partial x}\right)-\frac{1}{c}\frac{\partial H_y}{\partial t}=0$$

$$\Phi_{023}=\frac{\partial F_{02}}{\partial x_3}+\frac{\partial F_{30}}{\partial x_2}+\frac{\partial F_{23}}{\partial x_0}=\frac{-i\partial E_y}{i\partial z}+\frac{i\partial E_z}{i\partial y}+\frac{\partial H_x}{c\partial t}=\left(\frac{\partial E_z}{\partial y}-\frac{\partial E_y}{\partial z}\right)+\frac{1}{c}\frac{\partial H_x}{\partial t}=0$$

Natijalarni vektor shaklda ko'chiramiz:

$$div\vec{H}=0,\qquad rot\vec{E}=-\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}. \tag{25}$$

Maksvelning yana ikki tenglamasi quyidagi vektor tenglamadan kelib chiqadi [4]:

$$\sum_m\frac{\partial F_{nm}}{\partial x_m}=-\frac{4\pi}{c}j_n. \tag{26}$$

Bu yerda n indeksning turli qiymatlarida 4 skalyar tenglama xosil bo'ladi. Masalan:

$$n=0:\quad \frac{\partial F_{01}}{\partial x_1}+\frac{\partial F_{02}}{\partial x_2}+\frac{\partial F_{03}}{\partial x_3}=-\frac{4\pi}{c}j_0\ \Rightarrow\ div\vec{E}=4\pi\rho$$

$$n=1:\quad \frac{\partial F_{10}}{\partial x_0}+\frac{\partial F_{12}}{\partial x_2}+\frac{\partial F_{13}}{\partial x_3}=-\frac{4\pi}{c}j_1\ \Rightarrow\ \left(rot\vec{H}\right)_x=\frac{1}{c}\frac{\partial E_x}{\partial t}+\frac{4\pi}{c}j_x$$

Xullas, Maksvelning yana ikki tenglamasi xosil qilinadi:

$$div\vec{E}=4\pi\rho,\qquad rot\vec{H}=\frac{1}{c}\left(\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}+4\pi\,\vec{j}\right). \tag{27}$$

Shunday qilib Maksvell (25), (27) tenglamalar sistemasi nisbiylik nazariyasining metodlari bilan elektromagnit maydon tenzori asosida keltirib chiqarildi. Bu tenglamalarni relyativistik kovariant shakli (24) va (26) ifodalarda berilgan. Ularning fizik xossalari elektrodinamika kursida muhokama qilinadi.

Savollar:

1. (25) va (27) shakldagi Maksvell tenglamalari kovariant emasligini ko'rsating.
2. Simmetrik va antisimmetrik tenzorni ta'riflang.
3. Bu bo'limda qanday invariant miqdorlar va kovariant qonunlar topildi?

§32. To'lqin tenglamasining relyativistik kovariant shakli

Yuqorida aytilganidek, elektromagnit maydon potensiallari Lorens sharti $\frac{1}{c}\frac{\partial\varphi}{\partial t}+div\vec{A}=0$ (yoki kovariant shaklda $\sum_n \frac{\partial A_i}{\partial x_n}=0$) bajarilganida Dalamber tenglamalarini qanoatlantiradi:

$$\Box A_n = 4\pi j_n / c, \tag{28}$$

bu yerda

$$\Box = \sum_n \frac{\partial^2}{\partial x_n^2} = \frac{\partial^2}{c^2\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2}. \tag{29}$$

Potensiallar bunday tenglamalarni echimi sifatida zaryadlar xosil qilayotgan to'lqinlarni ifodalaydi, zaryadlar yo'q sohada esa ($j_n=0$) – erkin elektromagnit to'lqinlarni ifodalaydi:

$$\Box A_n = 0. \tag{30}$$

Potensiallar elektr va magnit maydonlarni aniqlaydi:

$$\vec{H} = rot\,\vec{A},\quad E = -grad\varphi - \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}. \tag{31}$$

(31) da uchraydigan amallarni (30) ga qo'llab, E va $\vec{H}$ ham to'lqin tenglamasini qanoatlantirishiga ishonch xosil qilamiz.

Dalamber va to'lqin tenglamasini (26) Maksvell tenglamasidan ham keltirib chiqarish mumkin:

$$\sum_m \frac{\partial F_{nm}}{\partial x_m} = -\frac{4\pi}{c} j_n. \tag{26}$$

Elektromagnit tenzor ta'rifini

$$F_{nm} = \frac{\partial A_m}{\partial x_n} - \frac{\partial A_n}{\partial x_m} \tag{12}$$

(26) ga qo'yaylik, Lorens sharti $\sum_n \frac{\partial A_n}{\partial x_n}=0$ tufayli tenglama soddalashadi:

$$\sum_m\left(\frac{\partial^2 A_m}{\partial x_n \partial x_m} - \frac{\partial^2 A_n}{\partial x_m^2}\right) = -\sum_m\left(\frac{\partial^2 A_n}{\partial x_m^2}\right) = -\frac{4\pi}{c} j_n, \tag{32}$$

bu esa aynan (28) tenglamaning o'zidir.

Elektromagnit to'lqinlarni Maksvell bashorat qilgan, Gers tajribalarida tasdiqlagan edi. Bu yerda elektromagnit to'lqinlar tenglamasi kovariant shaklda ifodalandi.

Zaryadlar yo'q bo'lgan sohada masalan elektr maydon uchun (30) to'lqin tenglamasining yassi to'lqin shaklidagi echimi quyidagicha yozilishi mumkin:

$$E = E_0 \exp i(\omega t - \vec{k}\vec{r}). \tag{33}$$

Bu yerda $\vec{k}$ to'lqin vektori deb ataladi, uning yo'nalishi to'lqin frontini tarqalish yo'nalishini aniqlaydi. Bu echimni tenglamaga qo'yib, to'lqin vektorining modulini topishimiz mumkin: $k = \omega / c$. Echimdagi $\omega t - \vec{k}\vec{r}$ ifoda to'lqinning fazasi deb ataladi. Fazaning biror qiymatida elektr maydoni nol bo'lishi mumkin. Fazaning bu qiymatida magnit maydoni ham nol bo'ladi. Demak §30 da ko'rilgan elektromagnit maydonning ikkala invarianti ham nol bo'lib, elektr va magnit maydonlar har qanday sanoq sistemasida ham nol bo'ladi. Bunga ko'ra $\omega t - \vec{k}\vec{r}$ fazaning invariantligi kelib chiqadi.

Faza ikki 4-o'lchovli vektorning skalyar ko'paytmasidan iboratligini ko'rishimiz mumkin:

$$(r_n) = (ct, i\vec{r}), \; (k_n) = (\omega / c, \; i\vec{k}), \; \sum_n r_n k_n = \omega t - \vec{k}\vec{r} \,. \tag{34}$$

Demak bu vektorlarning skalyar ko'paytmasi ham xuddi vektorning moduli kabi invariantlik xossasiga ega ekan.

To'rt o'lchovli to'lqin vektorini Lorens almashtirishlari yordamida boshqa, harakatdagi sanoq sistemalariga o'tkazib o'rganish mumkin. Bunda Lorens almashtirishlarini xossalariga ko'ra vektorning moduli o'zgarmasa ham, uning tashkil etuvchilarining qiymatlari o'zgaradi. ω ni o'zgarishi Dopler effektini tushuntiradi, $\vec{k}$ vektorni yo'nalishini o'zgarishi esa – yulduzlar aberrasiyasini tushuntiradi. Bu hodisalarni yuqorida o'rgangarimiz uchun, takrorlamaymiz.

Savollar:

1. (31) ga asosan $\vec{E}$ va $\vec{H}$ to'lqin tenglamasini qanoatlantirishini isbotlang.
2. (25) va (27) shakldagi Maksvell tenglamalariga asosan $\vec{E}$ va $\vec{H}$ to'lqin tenglamasini qanoatlantirishini isbotlang.
3. (k_n) to'rt o'lchovli vektorni Lorens almashtirishlarini amalga oshirib, Dopler effektini tushuntiring.
4. (k_n) to'rt o'lchovli vektorni Lorens almashtirishlarini amalga oshirib, yulduzlar aberrasiyasi hodisasini tushuntiring.
5. Bu bo'limda qanday invariant miqdorlar va kovariant qonunlar topildi?

§33. Elektromagnit maydon energiya – impuls tenzori

Elektromagnit maydon materiyaning boshqa turlari kabi energiyaga, impulsga, ta'sir kuchlariga ega. Nisbiylik nazariyasida ularning hammasini bir paytda energiya-impuls tenzori yordamida o'rganish mumkin ekan.

Elektromagnit maydonning energiya-impuls tenzori quyidagicha ta'riflanadi:

$$T_{nm} = \frac{1}{4\pi}\left\{\sum_l F_{nl}F_{lm} + \frac{1}{2}\delta_{nm}\left(H^2 - E^2\right)\right\}. \tag{35}$$

Bu yerda δ_{nm} - Kroneker belgisi, indekslari teng bo'lganda u birga teng, qolgan paytda – nolga. $(H^2 - E^2)/2 = (1/4)\sum_{nm} F_{nm}^2$. Bu tenzor ta'rifi bo'yicha simmetrik, $T_{nm} = T_{mn}$. Shuning uchun uning 10 elementini hisoblash etarlidir.

(35) tenzorning ikkinchi hadi shunday tanlanganki, tenzorning T_{00} elementi elektromagnit maydonning energiya zichligini beradi.

Belgilashlar kiritaylik:

$$(T_{mn}) = \begin{bmatrix} w & iS_x/c & iS_y/c & iS_z/c \\ iS_x/c & p_{xx} & p_{xy} & p_{xz} \\ iS_y/c & p_{xy} & p_{yy} & p_{yz} \\ iS_z/c & p_{xz} & p_{yz} & p_{zz} \end{bmatrix}. \tag{36}$$

Elektromagnit maydon tenzorining (13) ifodasidan foydalanib, hisoblashga kirishamiz:

$$\begin{aligned}
& w = \frac{1}{4\pi}\left[E_x^2 + E_y^2 + E_z^2 + (H^2 - E^2)/2\right] = \frac{E^2 + H^2}{8\pi}; \\
& \frac{i}{c}S_x = \frac{i}{c}\frac{c}{4\pi}\left(E_yH_z - H_yE_z\right); \quad \frac{i}{c}S_y = \frac{i}{c}\frac{c}{4\pi}\left(E_zH_x - H_zE_x\right); \quad \frac{i}{c}S_z = \frac{i}{c}\frac{c}{4\pi}\left(E_xH_y - H_xE_y\right); \\
& p_{xx} = \frac{1}{4\pi}\left[\frac{H^2 - E^2}{2} + E_x^2 - H_z^2 - H_y^2\right] = \frac{1}{8\pi}\left[E_x^2 - E_y^2 - E_z^2 + H_x^2 - H_y^2 - H_z^2\right]; \\
& p_{yy} = \frac{1}{4\pi}\left[\frac{H^2 - E^2}{2} + E_y^2 - H_z^2 - H_x^2\right] = \frac{1}{8\pi}\left[E_y^2 - E_x^2 - E_z^2 + H_y^2 - H_x^2 - H_z^2\right]; \\
& p_{zz} = \frac{1}{4\pi}\left[\frac{H^2 - E^2}{2} + E_z^2 - H_x^2 - H_y^2\right] = \frac{1}{8\pi}\left[E_z^2 - E_y^2 - E_x^2 + H_z^2 - H_y^2 - H_x^2\right]; \\
& p_{xy} = \frac{1}{4\pi}\left[E_xE_y + H_xH_y\right], \quad p_{xz} = \frac{1}{4\pi}\left[E_xE_z + H_xH_z\right], \quad p_{yz} = \frac{1}{4\pi}\left[E_yE_z + H_yH_z\right].
\end{aligned} \tag{37}$$

Energiya – impuls tenzorining $T_{11} = w$ elementi elektromagnit maydon energiyasining zichligidan iborat ekan. Tenzorning yana 6 elementi

$$\vec{S} = \frac{c}{4\pi}\vec{E} \times \vec{H} \tag{38}$$

vektor orqali, yani elektromagnit energiya oqimining zichligi orqali (Poyting vektori) ifodalanar ekan. Energiya va impuls orasidagi $E = cp$ munosabatga ko'ra $\vec{S}/c$ - elektromagnit maydon impuls oqimini bildiradi.

T_{nm} tenzorning qolgan 9 p_{ik} elementi impuls oqimi zichligining fazoviy tenzorini tashkil etadi. Masalan p_{xy} impulsni x tashkil etuvchisini y o'qiga tik birlik yuza orqali oqimini bildiradi. p_{ik} ga nisbatan teskari ishorali σ_{ik} tenzor elektromagnit maydon kuchlanishlar tenzori deb ataladi, maydon uzatayotgan kuchlanishlarni to'liq tavsiflaydi.

Savollar:

1. Elektromagnit maydon energiya – impuls tenzorini simmetrik ekanligini isbotlang.
2. Energiya – impuls tenzorining turli elementlarini fizik ma'nosi qanday?
3. Bu bo'limda qanday invariant miqdorlar va kovariant qonunlar topildi?

§34. Energiya – impuls tenzorini almashtirishlar

Bir sanoq sistemasidan ikkinchisiga o'tilganda T_{nm} tenzorning elementarining o'zgarishi tabiiydir. Yuqorida F_{nm} elektromagnit maydon tenzorini Lorens almashtirishlari ko'rilgan edi, T_{nm} tenzor ham shunga o'xshash almashtiriladi. Yangi sanoq sistemasi qulay tanlansa, T_{nm} tenzor diagonal shaklga keltirilishi mumkin. Yuqorida o'rganilgan F_{nm} elektromagnit maydon tenzori antisimmetrik bo'lgani uchun diagonal shaklga keltirilishi mumkin emas.

Yuqorida ko'rilganidek, sanoq sistemalar almashtirilganda invariant qoladigan miqdorlar bor:

$$H^2 - E^2 = const_1, \quad EH = const_2. \qquad (39)$$

25-bo'limda ko'rilganidek, sanoq sistemasini qulay tanlansa, elektromagnit maydonining 6 tashkil etuvchisidan faqat bir yoki ikkitasi noldan farqli bo'ladi.

Sanoq sistemasi shunday tanlangan bo'lsinki, elektr va magnit maydonlar parallel bo'lsin, x o'qi esa maydonlar bo'ylab joylashtirilsin. Unda $E_y = E_z = H_y = H_z = 0$ va (37) ifodalarga asosan energiya – impuls tenzorining faqat diagonal elementlarigina noldan farqli ekan: $T_{11} = T_{00} = w, \quad T_{33} = T_{22} = -w$. Maydonlardan biri nol bo'lganida ham tenzor xuddi shunday diagonal bo'ladi.

Agar maydonlarni qiymati teng va o'zaro tik bo'lsa, bu xossa har qanday sanoq sistemasida saqlanadi (elektromagnit to'lqinlar ana shunday xossaga ega). Bu holda koordinata o'qlarini maydonlar bo'yicha joylashtirsak, $E_x = H_y$ bo'lsa, (37) ifodalardan tenzorning faqat uch elementi noldan farqli ekanligini topamiz:

$$T_{00} = w, \quad T_{33} = -w, \quad T_{12} = w. \tag{40}$$

Simmetrik tenzorlar umumiy holda diagonal shaklga kelishi kerak, elektromagnit maydon energiya – impuls tenzorini ayrim hollarda diagonal shaklga kelmasligi, uni psevdo – tenzor ekanligidan darak beradi.

Energiya – impuls tenzorining yana bir xossasi Shundan iboratki, uning diagonal elementlarini yig'indisi nolga tengdir:

$$\sum_n T_{nn} = 0. \tag{41}$$

Buni tenzor elementlarining (37) ifodalariga qarab tekshirib ko'rish mumkin. Tenzor diagonal shaklga keltirilgan sanoq sistemasida bu xossa yaqqol ko'rinib turibdi.

Topshiriq:

1. (41) tenglikni isbotlang.

§35. Energiya–impuls tenzori va saqlanish qonunlarining kovariant shakli

Energiya va impulsning saqlanishi faqat elektromagnit maydon uchun yozilishi mumkin emas, balkim moddiy materiya, gravitasion va elektromagnit maydonlar uchun umumiy yozilishi kerak. Moddiy materiya va gravitasion maydonning umumiy energiya – impuls tenzori Ω_{nm} bo'lsin. Unda energiya – impulsni saqlanish qonunining kovariant shakli quyidagichadir [4]:

$$\sum_m \frac{\partial}{\partial x_m}(T_{nm} + \Omega_{nm}) = 0. \tag{42}$$

Shunday qilib, energiya va impulsni saqlanishi umumiylikka ega ekan. Bu fizik miqdorlarni saqlanishi umumlashgan energiya – impuls tenzorini vaqt va uch fazoviy koordinata bo'yicha birjinsliligi bilan bog'liq ekan.

$n = 0$ holda quyidagi tenglamani xosil qilamiz:

$$\frac{1}{c}\left(\frac{\partial w}{\partial t} - div\vec{S}\right) + A = 0. \tag{43}$$

Bu yerda A – moddiy materiya va gravitasion maydonning energiyani saqlanish qonuniga qo'shayotgan hissasi. Elektromagnit maydonga tegishli hadlar energiya uchun uzluksizlik tenglamasida uchraydigan hadlardan iborat.

Bundan keyingi, impulsni saqlanishi haqidagi tenglamalar quyidagi ko'rinishga ega:

$$i\left(\frac{1}{c^2}\frac{\partial S_x}{\partial t}-\frac{\partial p_{xx}}{\partial x}-\frac{\partial p_{xy}}{\partial y}-\frac{\partial p_{xz}}{\partial z}\right)+B_x=0$$

$$i\left(\frac{1}{c^2}\frac{\partial S_y}{\partial t}-\frac{\partial p_{xy}}{\partial x}-\frac{\partial p_{yy}}{\partial y}-\frac{\partial p_{yz}}{\partial z}\right)+B_y=0 \qquad (44)$$

$$i\left(\frac{1}{c^2}\frac{\partial S_z}{\partial t}-\frac{\partial p_{xz}}{\partial x}-\frac{\partial p_{yz}}{\partial y}-\frac{\partial p_{zz}}{\partial z}\right)+B_z=0$$

Bu yerda B_x, B_y, B_z tenglamaga moddiy materiya va gravitasion maydonni qo'shayotgan hissasi.

(42) tenglamaga ko'ra, energiya va impulsning saqlanish qonunlari energiya – impuls tenzorini **vaqt va koordinatalar bo'yicha birjinsli bo'lishi bilan bog'liq ekan**.

Savollar:

1. (43) tenglamaning har bir hadini fizik ma'nosini tushuntiring.
2. Bu bo'limda qanday invariant miqdorlar va kovariant qonunlar topildi?

§36. Lorens kuchini relyativistik uslubda keltirib chiqarish

Elektromagnit maydonni zaryadlarga ta'siri umuman elektromagnit maydon tenzori va to'rt o'lchovli tok zichligi ishtirokida ifodalanishi kerak:

$$(j_n)=(c\rho, ij_x, ij_y, ij_z), \qquad (2)$$

$$(F_{mn})=\begin{bmatrix} 0 & -iE_x & -iE_y & -iE_z \\ iE_x & 0 & H_z & -H_y \\ iE_y & -H_z & 0 & H_x \\ iE_z & H_y & -H_x & 0 \end{bmatrix}. \qquad (13)$$

Ularni ishtirokida

$$f_m=\sum_n F_{mn} j_n \qquad (45)$$

vektorni tuzaylik. Uning tashkil etuvchilari:

$$f_0=E\,\vec{j},$$

$$f_1=ic\left(\rho E_x+\left(j_y H_z-j_z H_y\right)/c\right),$$

$$f_2=ic\left(\rho E_y+\left(j_z H_x-j_x H_z\right)/c\right),$$

$$f_3 = ic\left(\rho E_z + \left(j_x H_y - j_y H_x\right)/c\right).$$

Bu natijalarni umumlashtirib, quyidagicha yozish mumkin:

$$(f_n) = \left(\vec{j}\vec{E},\ ic\left(\rho\vec{E} + \vec{j}\times\vec{H}/c\right)\right). \qquad (46)$$

Nuqtaviy zaryad uchun: $(f_n) = q\left(\vec{\vartheta}\vec{E},\ ic\left(\vec{E} + \vec{\vartheta}\times\vec{H}/c\right)\right)$.

Tok zichligi va kuch vektorlarini ko'paytiraylik:

$$\sum_n j_n f_n = c\rho\,\vec{j}\vec{E} - c\rho\,\vec{j}\vec{E} = 0 \qquad (47)$$

natijani xosil qilamiz. Natija invariantdan iborat.

Shunday qilib Lorens kuchi $\rho\vec{E} + \vec{j}\times\vec{H}/c$ to'rt o'lchovli vektorning tashkil etuvchilaridan iborat ekan (bu yerda $\times$ - vektor ko'paytiruv amalini bildiradi). (46) vektorning boshqa tashkil etuvchisi $\vec{j}\vec{E}$ birlik hajmda birlik vaqtda ajralib chiquvchi energiya, Joul issiqligidan iborat ekan.

Kuch bilan kuch bajargan ish – to'rt o'lchovli vektorning turli tashkil etuvchilari ekan. Mazmuniga ko'ra bu vektorni to'rt o'lchovli kuch vektori deb atasa bo'ladi. **Lorenz kuchi magnit maydonning nisbiy xarakteridan kelib chiqadigan hullosa ekan.**

Lorens kuchi zaryadli zarralarning elektromagnit maydondagi harakatini aniqlaydi. Koinotdagi moddaning aksariyat qismi plazmadan iborat. Plazmani magnit maydondagi holati birinchi navbatda Lorens kuchi bilan aniqlanib, tabiatdagi juda ko'p hodisalarni tushuntiradi. Yerning atrofidagi magnit maydon Yerdagi jonzodlarni Quyoshdan kelayotgan katta energiyali zaryadli zarralar oqimi – Quyosh shamolidan asrab turishi aynan Lorens kuchiga asoslangan. Yerdagi qutb yog'dusi, Quyosh dog'larining mavjudligi, yulduzlardagi bir qator hodisalar aynan plazmaning magnit maydondagi harakati bilan bog'liq. Fizikada o'rganiladigan Xoll effekti ham aynan Lorens kuchi bilan bog'liq.

§37. Elektromagnit maydondagi zaryadning harakat tenglamalari

Elektromagnit maydonda harakatlanayotgan e zaryadli zarraning harakat tenglamasi Lorens kuchi ishtirokida yoziladi:

$$\boxed{\frac{d\vec{p}}{dt} = e\left[\vec{E} + \frac{1}{c}\vec{\vartheta}\times\vec{H}\right]}. \qquad (48)$$

Lorens kuchini maydon potensiallari orqali ifodalaylik:

$$\vec{f} = e\left(-grad\varphi - \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}\right) + \frac{e}{c}\vec{\vartheta}\times rot\vec{A}. \qquad (49)$$

Vektorlar analizidan quyidagi tenglik ma'lum:

$$\vec{\vartheta} \times rot\vec{A} = grad(\vec{\vartheta}\vec{A}) - \left(\vartheta_x \frac{\partial}{\partial x} + \vartheta_y \frac{\partial}{\partial y} + \vartheta_z \frac{\partial}{\partial z}\right)\vec{A}, \qquad (50)$$

bu yerdagi ohirgi ifoda $d\vec{A}/dt$ to'liq xosilada ham ishtirok etadi:

$$\frac{d\vec{A}}{dt} = \frac{\partial\vec{A}}{\partial t} + \left(\vartheta_x \frac{\partial}{\partial x} + \vartheta_y \frac{\partial}{\partial y} + \vartheta_z \frac{\partial}{\partial z}\right)\vec{A}. \qquad (51)$$

(50) va (51) ifodalardan foydalanib, zaryadli zarraning harakat tenglamasini quyidagi shaklga keltiramiz:

$$\boxed{\frac{d\vec{p}}{dt} = e \cdot grad\left(\frac{\vec{\vartheta}\vec{A}}{c} - \varphi\right) - \frac{e}{c}\frac{d\vec{A}}{dt}} \qquad (52)$$

Harakat tenglamasining (48) yoki (52) shakllaridan tashqari klassik mexanikada Lagranj tenglamasi ham qo'llaniladi:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0. \qquad (53)$$

Bu yerda q_i va $\dot{q}_i = dq_i/dt$ -umumlashgan koordinata va unga mos umumlashgan tezlik (o'zgaruvchi tepasidagi nuqta–vaqt bo'yicha to'liq xosilani bildiradi). Lagranj tenglamalarining soni o'rganilayotgan jism yoki sistemaning erkinlik darajasi s ga bog'liq: $i = 1 \div s$. Xususiy holda dekart koordinatalari ham umumlashgan koordinatalar vazifasini bajarishi mumkin. Lagranj funksiyasi L - umumiy holda barcha umumlashgan koordinatalar va umumlashgan tezliklarning funksiyasidir. Tenglamadagi $P_i = \partial L/\partial \dot{q}_i$ - umumlashgan impuls, $Q_i = \partial L/\partial q_i$ - umumlashgan kuch deyiladi. Ularning ishtirokida Lagranj tenglamalari

$$\frac{dP_i}{dt} = Q_i \qquad (54)$$

(48) ga o'xshash ko'rinishga ega bo'ladi.

Relyativistik zarra uchun Lagranj funksiyasi §19 da keltirib chiqarilgan (53) formula bilan yozilishi mumkin:

$$L = -m_0 c^2 \sqrt{1 - \vartheta^2/c^2} - U. \qquad (55)$$

Buni Lagranj tenglamasiga qo'ysak:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{m_0\vec{\vartheta}}{\sqrt{1 - \vartheta^2/c^2}}\right) = grad\, U \qquad (56)$$

tenglamani xosil qilamiz.

Elektromagnit maydondagi zaryadli zarra uchun Lagranj funksiyasi haqidagi ma'lumotni (52) ifodadan izlanadi. Lagranj funksiyasini

$$L = -m_0 c^2 \sqrt{1 - \vartheta^2/c^2} + \frac{e}{c}\vec{\vartheta}\vec{A} - e\varphi \qquad (57)$$

shaklda yozib ko'raylik. Unda:

$$\mathrm{P} = grad_{\vartheta} L = p + \frac{e}{c}\vec{A}, \qquad (58)$$

$$Q = grad L = e\, grad\left(\vartheta\vec{A}/c - \varphi\right), \qquad (59)$$

$$\frac{d}{dt}\left(p + \frac{e}{c}\vec{A}\right) - e\, grad\left(\frac{\vartheta\vec{A}}{c} - \varphi\right) = 0$$

Lagranj tenglamasi (52) tenglamaga mos kelishini ko'ramiz. Shunday qilib elektromagnit maydondagi relyativistik zaryadli zarraning Lagranj funksiyasi haqiqatan (57) shaklga ega ekan.

Klassik mexanikada Lagranj tenglamalaridan tashqari Gamilton tenglamalari va Gamilton funksiyasi qo'llaniladi:

$$\dot{q}_i = \frac{\partial H}{\partial \mathrm{P}_i}, \quad \dot{\mathrm{P}}_i = -\frac{\partial H}{\partial q_i}, \qquad (60)$$

Bu yerdagi Gamilton funksiyasi umumlashgan koordinata va umumlashgan impulslarning funksiyasi bo'lib, uni Lagranj funksiyasiga qarab topish mumkin:

$$H = \sum_i \mathrm{P}_i \vartheta_i - L. \qquad (61)$$

(57) va (58) ifodalardan foydalanib, Gamilton funksiyasini topamiz:

$$H = \vartheta\left(p + \frac{e}{c}\vec{A}\right) + m_0 c^2\sqrt{1 - \vartheta^2/c^2} + e\varphi - \frac{e}{c}\vartheta\vec{A} = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \vartheta^2/c^2}} + e\varphi.$$

Gamilton funksiyasi koordinata va impuls orqali ifodalanishi kerak. Bu yerdagi kasrni (energiyani) impuls orqali ifodalaymiz, so'ng (58) yordamida umumlashgan impulsga o'tamiz:

$$H = c\sqrt{m_0^2 c^2 + p^2} + e\varphi = c\sqrt{m_0^2 c^2 + \left(\mathrm{P} - \frac{e}{c}\vec{A}\right)^2} + e\varphi. \qquad (62)$$

Gamilton funksiyasi zarraning to'liq energiyasini bildiradi.

Ildiz ostidagi ikkinchi had kichik bo'lganida taqribiy hisob formulalaridan foydalanib, norelyativistik hol uchun quyidagi Gamilton funksiyasini topamiz:

$$H = m_0 c^2 + \frac{1}{2m_0}\left(\mathrm{P} - \frac{e}{c}\vec{A}\right)^2 + e\varphi. \qquad (63)$$

Harakat tenglamalaridagi xosilalarga hissa qo'shmagani uchun klassik fizikada $m_0 c^2$ hadi yo'q bo'lgan Gamilton funksiyasidan foydalaniladi. Gamilton funksiyasi kvant mexanikasida ham foydalaniladi.

§38. Birjinsli elektr maydondagi elektronning harakati

Klassik tasavvurlarga ko'ra doimiy kuch ta'sirida zarracha doimiy tezlanish $w = const$ bilan harakatlanishi kerak: $\vartheta = \vartheta_0 + wt$. Vaqt etarlicha katta bo'lsa bu formula yorug'lik tezligidan katta tezlikka olib kelishi kerak. Relyativistik fizika bunday bo'lishi mumkin emasligini aytadi. Relyativistik fizikaga ko'ra tezlik qanday bo'lishini o'rganib chiqaylik.

Birjinsli elektr maydon kuchlanganligi $E = const$ x o'qi bo'ylab yo'nalgan bo'lsin, unda $\varphi = -xE$, $A = 0$. Bu holda (58) ga ko'ra umumlashgan impuls impulsdan farq qilmaydi. Gamilton funksiyasi

$$H = c\sqrt{m_0^2c^2 + p^2} - exE \qquad (64)$$

bo'lib, (60) ga asosan harakat tenglamalarini yozishimiz mumkin. Zarraning erkinlik darajalari 3 bo'lgani uchun, tenglamalar soni ham shunga mos bo'ladi:

$$p_x = eE,\ p_y = p_z = 0, \quad \vartheta_x = \frac{cp_x}{\sqrt{m_0^2c^2 + p^2}},\ \vartheta_y = \frac{cp_y}{\sqrt{m_0^2c^2 + p^2}},\ \vartheta_z = \frac{cp_z}{\sqrt{m_0^2c^2 + p^2}}. \quad (65)$$

Elektron boshlang'ich paytda tinch turgan bo'lsa ($p = 0$),

$$p = p_x = eEt,\ p_y = p_z = 0,$$
$$\vartheta_x = \frac{cp}{\sqrt{m_0^2c^2 + p^2}} < c,\ \vartheta_y = \vartheta_z = 0 \qquad (66)$$

Topilgan formulalarga ko'ra vaqt o'tishi bilan impuls chegarasiz oshib borar ekan, lekin tezlik qiymati cheklangan ekan. Haqiqatan, tezlik uchun topilgan formulani quyidagicha ko'chiraylik:

$$\vartheta_x = \frac{c}{\sqrt{1 + m_0^2c^2/p^2}}. \qquad (67)$$

Natijalarga ko'ra elektronning tezligi hech qachon yorug'liq tezligiga etmas ekan, lekin impulsning cheksiz katta qiymatlarida c ga yaqinlashib borar ekan. Impulsning ta'rifiga ko'ra $p = m\vartheta$, tezlikning kichik qiymatlarida impulsni o'sishi tezlikni o'sishi bilan bog'liq bo'lsa, tezlikning c ga yaqin qiymatlarida impulsni o'sishi massani o'sishi bilan bog'liq ekan. Bunday ultrarelyativistik tezliklar uchun elektron impulsi fotonning impulsi kabi $p = mc$ shaklda ifodalanishi mumkin.

Topshiriqlar:

1. Birjinsli elektr maydondagi elektron harakatini $dp/dt = F$ tenglama yordamida o'rganing.
2. Birjinsli elektr maydondagi elektron harakatini Lagranj tenglamasi yordamida o'rganing.

§39. Xususiy nisbiylik nazariyasiga doir xullosalar

Nisbiylik nazariyasi faqat fizikaning yutug'i bo'lmay, butun fan rivojlanishiga hissa qo'shgan kashfiyotdir. Nisbiylik nazariyasi yaratilishi bilan Olamning fizik manzarasida keskin o'zgarish ro'y byerdi. Nazariya 20 asrdagi astrofizika, yadro va elementar zarralar fizikasini rivojlanishiga muhim hissa qo'shdi.

Nisbiylik nazariyasida fizik qonunlarni turli inersial sistemalarida bir xil ifodalanishini (kovariant bo'lishini) talab qilinadi va ko'plab fizik qonunlarni relyativistik kovariant ifodalari aniqlangan.

Nisbiylik nazariyasi ma'lum fizik qonunlarni relyativistik kovariant shaklda ifodalashdan tashqari fizik tasavvurlarni to'liq qayta qarab chiqishga olib keladigan yangi natijalarga ham olib keldi. Vaqt, masofa, massa kabi miqdorlarni nisbiy ekanligini ko'rsatishdan tashqari energiya va massa orasidagi ekvivalentlikni keltirib chiqardi. Kichik tezliklar uchun klassik mexanika qonunlari o'rinli ekanligi tasdiqladi.

Yuqoridagi bayonimiz shuni ko'rsatadiki, 4-o'lchovli Minkovskiy fazosi shunchaki qulay matematik yondoshish bo'lmay, balkim vaqt va fazoni fundamental xossalarini o'ziga mujassamlashtirgan matematik apparatdir. Shuning uchun Minkovskiy fazosida mexanikaning va elektrodinamikaning barcha asosiy qonunlari qiyinchiliksiz nazariy keltirib chiqariladi va bu natijalar tajribaga mos keladi Bunda mexanika qonunlariga kiritilgan muhim o'zgarishlar tufayli "klassik mexanika" va "relyativistik mexanika" terminlari vujudga keladi. Elektrodinamika fani esa asli nisbiylik nazariyasiga zid bo'lmagan. Faqat nisbiylik nazariyasining matematik apparati bo'lmagan 19-asrda Evklid fazosidagi matematik apparatda tasvirlangan. Nisbiylik nazariyasi elektrodinamika qonunlarini kovariant shaklda ifodalashdan tashqari bu sohada ham yangiliklar aniqlangan. Jumladan elektromagnit maydonning invariantlarini, almashtirish formulalarini aniqlagan.

Xususiy nisbiylik nazariyasida birinchi bor vaqt va masofalarning nisbiyligi, harakat bilan va bir – biri bilan bog'liq ravishda o'zgarishi ko'rsatildi. Quyida o'rganiladigan umumiy nisbiylik nazariyasida vaqtni oqishi va masofalarning moddaning gravitasion maydoniga ham bog'liqligi o'rganiladi. Nisbiylik nazaryasi vaqt, masofa, massa kabi miqdorlarni nisbiyligini ko'rsatishi bilan birga, yangi invariant miqdorlarni ochilishiga olib keldi (yorug'lik tezligi, interval, elektromagnit maydon invariantlari va boshqalar).

Elektrodinamikada Kulon qonuni o'rniga zaryadlar orasidgi maydonni mukammal o'rganuvchi Maksvell tenglamalari o'rganiladi. Shunday qilib zaryadlar orasidagi maydonni biror qismida o'zgarish bo'lsa bu o'zgarish, ya'ni ta'sirni, boshqa nuqtalarga qay tarzda uzatilishi o'rganiladi. Shunga qiyos qilinsa, klassik fizikadagi butun dunyo tortilish qonuni o'rniga yangi fizikada gravitasion maydon tenglamalari o'rganiladi. Bu ish quyida o'rganiladigan Eynshteynning umumiy nisbiylik nazariyasida amalga oshiriladi. Bu almashishdagi dastlabki qadam yuqorida amalga oshirildi. Avvaliga energiya – impuls tenzori harakatdagi moddiy nuqta uchun yozilgan bo'lsa, keyin muhitning uzluksiz xarakteristikalari – energiya va impulsning zichligi, uzluksiz muhit orqali uzatilayotgan kuchlar bilan almashtirildi. Bu esa Kulon qonunidan elektromagnit maydonni o'rganishga o'tishga teng kuchlidir.

Nisbiylik nazariyasi borliqqa ilmiy dunyoqarashni shakllanishda katta axamiyatga ega.

§40. Muhim formulalar

- To'rt o'lchovli tok zichligi: $(j_n) = (c\rho, ij_x, ij_y, ij_z)$.
- To'rt o'lchovli nabla – operator: $\left(\frac{\partial}{\partial x_n}\right) = \left(\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{i\partial x}, \frac{\partial}{i\partial y}, \frac{\partial}{i\partial z}\right)$.
- Uzluksizlik tenglamasi: $\sum_n \frac{\partial j_n}{\partial x_n} = 0$.
- To'rt o'lchovli potensial: $(A_n) = (\varphi, iA_x, iA_y, iA_z)$.
- Lorens sharti: $\sum_n \frac{\partial A_n}{\partial x_n} = 0$.
- Dalamber operatori: $\Box = \sum_n \frac{\partial^2}{\partial x_n^2} = \frac{\partial^2}{c^2\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2}$.
- Dalamber tenglamalari: $\Box A_n = 4\pi j_n / c$.
- Elektromagnit maydon tenzori:

$$F_{mn} = \frac{\partial A_m}{\partial x_n} - \frac{\partial A_n}{\partial x_m} = \begin{bmatrix} 0 & -iE_x & -iE_y & -iE_z \\ iE_x & 0 & H_z & -H_y \\ iE_y & -H_z & 0 & H_x \\ iE_z & H_y & -H_x & 0 \end{bmatrix}.$$

- Elektromagnit maydonni almashtirish formulalari:

$$F_{nv} = \sum_i \sum_j \alpha_{ni}\alpha_{mj} F_{ij}',$$

$$E_x = E_x', \quad H_x = H_x',$$

$$E_y = \frac{E_y' + (V/c)H_z'}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \quad E_z = \frac{E_z' - (V/c)H_y'}{\sqrt{1 - V^2/c^2}},$$

$$H_y = \frac{H_y' - (V/c)E_z'}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \quad H_z = \frac{H_z' + (V/c)E_y'}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}.$$

- Kichik tezliklar uchun almashtirish formulalari:

$$\vec{E} = \vec{E}' + (\vec{H}' \times \vec{V})/c, \quad \vec{H} = \vec{H}' - (\vec{E}' \times \vec{V})/c.$$

- Elektromagnit maydon invariantlari:

$$H^2 - E^2 = const_1, \quad \vec{E}\vec{H} = const_2.$$

- Maksvell tenglamalari:

$$\frac{\partial F_{nm}}{\partial x_l} + \frac{\partial F_{ln}}{\partial x_m} + \frac{\partial F_{ml}}{\partial x_n} = 0,$$

$$\sum_m \frac{\partial F_{nm}}{\partial x_m} = -\frac{4\pi}{c} j_n.$$

- To'lqin tenglamasi: $\Box A_n = 0$.
- To'rt o'lchovli to'lqin vektori:

$$(k_n) = (\omega/c, \vec{k}).$$

- To'lqin fazasi: $\sum_n r_n k_n = \omega t - \vec{k}\vec{r} = inv$.
- Elektromagnit maydon energiya – impuls tenzori:

$$T_{nm} = \frac{1}{4\pi}\left\{\sum_l F_{nl}F_{lm} + \frac{1}{2}\delta_{nm}\left(H^2 - E^2\right)\right\} = \begin{bmatrix} w & iS_x/c & iS_y/c & iS_z/c \\ iS_x/c & p_{xx} & p_{xy} & p_{xz} \\ iS_x/c & p_{xy} & p_{yy} & p_{yz} \\ iS_x/c & p_{xz} & p_{yz} & p_{zz} \end{bmatrix}.$$

- Elektromagnit maydon energiya – impuls tenzorining diagonal elementlarining yig'indisi:

$$\sum_n T_{nn} = 0.$$

- Energiya – impuls saqlanish qonunlari:

$$\sum_m \frac{\partial}{\partial x_m}(T_{nm} + \Omega_{nm}) = 0.$$

- Elektromagnit kuch vektori:

$$(f_n) = \left(\sum_m F_{nm} j_m\right) = \left(\vec{j}\vec{E},\ ic(\rho\vec{E} + \vec{j} \times \vec{H}/c)\right).$$

- Zaryadli zarra uchun Lorens kuchi:

$$\vec{F} = e\left[\vec{E} + \frac{1}{c}\vec{\vartheta} \times \vec{H}\right].$$

- Lagranj funksiyasi:

$$L = -m_0c^2\sqrt{1-\vartheta^2/c^2} + \frac{e}{c}\vartheta\vec{A} - e\varphi .$$

- Umumlashgan kuch va impuls:

$$Q_i = \partial L/\partial q_i , \quad P_i = dL/d\dot{q}_i .$$

- Lagranj tenglamalari:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0 \quad \text{yoki} \quad \frac{dP_i}{dt} = Q_i$$

- Gamilton funksiyasi:

$$H = c\sqrt{m_0^2c^2 + \left(P - \frac{e}{c}\vec{A}\right)^2} + e\varphi .$$

- Gamilton tenglamalari:

$$\dot{q}_i = \frac{\partial H}{\partial P_i}, \quad \dot{P}_i = -\frac{\partial H}{\partial q_i} .$$

- Gamilton va Lagranj funksiyalari orasidagi bog'lanish:

$$H = \sum_i P_i\vartheta_i - L$$

- Zarra tezligini impuls orqali ifodasi:

$$\vartheta_i = \frac{c}{\sqrt{1 - m_0^2c^2/p^2}}$$

3-bob. GRAVITASION MAYDONLARNI NISBIYLIK NAZARIYASIDA O'RGANISH

§41. Klassik fizikadagi gravitasiya masalalari

Dunyodagi barcha moddiy jismlar o'zaro gravitasion tortishish xossasiga ega. Elektr zaryadlar ikki turli bo'ladi, ulardan tashqari elektr neytral jismlar mavjud, shunga mos ravishda jismlarga elektromagnit maydonning ta'siri turlicha bo'ladi. Gravitasion tortishuv jismlarning massasi bilan bog'liq bo'lib, ularning elektr zaryadiga aloqasi yo'q. Massa doim musbat bo'lgani uchun, jismlar orasidagi gravitasion ta'sirlashuv doimo tortishuv xarakteriga ega. Massa barcha jismlarga xos bo'lgani uchun, gravitasion ta'sirlashuv ham universal xarakterga ega.

Jismlar orasida tortishuvni amalga oshiruvchi maydon gravitasion maydon deb ataladi.

Gravitasion ta'sirlashuv elektromagnit ta'sirlashuvga nisbatan juda kuchsiz bo'lgani uchun hayotimizda uchraydigan jismlarning o'zaro tortishuvi sezilmaydi, faqat maxsus sezgir tajribalardagina seziladi va o'lchanadi. Masalan ikki elektronning orasidagi elektr ta'sirlashuv kuchi gravitasion ta'sirlashuv kuchidan $e^2/\left(m^2 4\pi\varepsilon_0 G\right) = 4\cdot 10^{42}$ marta kuchliroq. Shuning uchun elektron tabiati o'rganilayotganda gravitasin ta'sirlashuvni hisobga olmasa ham bo'ladi. Ta'sirlashuvchi jismlardan biri yoki ikkalasi astronomik katta bo'lgan hollarda, masalan, ulardan biri Yerdan iborat bo'lganida gravitasion ta'sirlashuv sezilarli bo'ladi.

O'rganilayotgan jismning massasi m_g bo'lsin. Unga boshqa jismlarning umumiy gravitasion maydoni ta'sir etadi va ta'sir kuchi m_g ga proporsional bo'ladi:

$$F = m_g g. \qquad (1)$$

g - erkin tushish tezlanishi deb ataladi, u elektr maydoni kuchlanganligiga o'xshash parametrdir. m_g - gravitasin ta'sirlashuv bilan bog'liq bo'lgani uchun uni gravitasin massa deb ataladi.

Harakat tenglamasida ishtirok etadigan massa – inersiya o'lchovidir, uni m_i deb belgilaylik:

$$m_i \dot{v} = F. \qquad (2)$$

Gravitasion kuch ta'siridagi harakat

$$m_i \dot{v} = m_g g$$

tenglama bilan ifodalanadi.

Galiley tajribalariga ko'ra, turli jismlarni Yerning maydonidagi erkin tushish tezlanishi tengdir. Bundan $w = g$, $m_i = m_g$, gravitasion massa bilan inersiya massasi teng, ular ekvivalent degan xullosa chiqadi. Buni **ekvivalentlik prinsipi** deyiladi. Bu prinsip bajarilganda jismlarni gravitasion maydondagi harakati ularning massasiga bog'liq emasdir. Turli massali jismlarning boshlang'ich koordinatalari va tezliklari teng bo'lsa, gravitasion maydonda bir xil harakatlanar ekan. Ekvivalentlik prinsipi A.Eynshteyn tomonidan umumiy nisbiylik nazariyasining (UNN) asosida qo'llanilgan.

Isaak Nyuton ikki nuqtaviy yoki simmetrik sharsimon jismlar uchun butun dunyo tortilish qonunini kashf etgan. Skalyar shaklda bu qonun quyidagicha ifodalanadi:

$$F = G\frac{mM}{r^2}. \tag{3}$$

Bu yerda: $G = 6.67 \cdot 10^{-8}\frac{sm^3}{g\,s^2}$

gravitasion doimiy, r - ikki sharsimon jism markazlari orasidagi masofa, m va M - ularning massalari. Ikki jismga ta'sir etuvchi kuchlar ularni birlashtiruvchi chiziq bo'ylab yo'nalib, qarama qarshi yo'nalgan bo'ladi.

Nyuton qonuni har qanday jismlarga ta'alluqlidir. Turmushdagi buyumlar ham, tog'dagi toshlar ham, samodagi planetalardan ulkan galaktikalargacha bu qonunga bo'ysunadi. Shuning uchun uni butun dunyo tortilish qonuni deb bejiz atashmaydi. Hatto uning ochilishida ham Laboratoriya tajribalari emas, samoviy jismlarning harakatini tahlili asosiy axamiyatga ega bo'lgan.

(3) qonun Kulon qonuniga o'xshagani uchun, gravitasin maydon uchun elektrostatik maydon kabi tenglamalar yozilishi mumkin. Quyidagi tenglamalar yozilayotganda, gravitasion kuchlar doimo tortishuv xarakteriga egaligi hisobga olindi.

Erkin tushish tezlanishi jismlarga ta'sir etuvchi gravitasion kuchni hisoblashga xizmat qiladi:

$$F = mg, \tag{4}$$

Elektr maydon potensialiga o'xshash tarzda gravitasion maydon potensiali kiritiladi:

$$g = -grad\varphi, \tag{5}$$

$$\Delta\varphi = \int_1^2 g\,dr. \tag{6}$$

Potensial - jismning gravitasion maydondagi energiyasini hisoblashga xizmat qiladi:

$$W = m\varphi. \tag{7}$$

Jism gravitasion maydonda r_1 koordinatalik nuqtadan r_2 nuqtaga siljisa, gravitasion kuchlar bajargan ish quyidagicha ifodalanadi:

$$A_{12} = m(\varphi(r_2) - \varphi(r_1)). \qquad (8)$$

Nuqtaviy yoki sharsimon jismlar uchun:

$$\vec{g} = -GM\frac{\vec{r}}{r^3}, \qquad (9)$$

$$\varphi = -G\frac{M}{r}. \qquad (10)$$

(9) ifoda yordamida quyidagi integral tenglik isbotlanadi:

$$\oint_S \vec{g}d\vec{S} = -4\pi GM. \qquad (11)$$

Bu yerda M - S sirt ichidagi to'liq massa. Bu massa ixtiyoriy taqsimotga ega bo'lishi mumkin. Sirtdan tashqaridagi massa (11) – integralga hissa qo'shmaydi.

Matematikadagi Gauss teoremasi yordamida (11) dagi sirt bo'yicha integralni shu sirt ichidagi hajm bo'yicha integral bilan almashtirish mumkin. To'liq massani ham massa zichligidan hajm bo'yicha integral tarzda ifodalasak:

$$\oint_S \vec{g}d\vec{S} = \int_V div\,\vec{g}\,dV = -4\pi G\int_V \rho dV,$$

$$div\,\vec{g} = -4\pi G\rho. \qquad (12)$$

Bu tenglamaga (5) ni olib kelib qo'ysak:

$$-div\,grad\varphi = -4\pi G\rho,$$

$$\Delta\varphi = 4\pi G\rho, \qquad (13)$$

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}. \qquad (14)$$

Bu yerda Δ - Laplas operatori deb ataladi, (13) tenglama esa maydon potensiali uchun Puasson tenglamasi deb ataladi. Modda yo'q bo'lgan joylarda Puasson tenglamasi Laplas tenglamasiga aylanadi:

$$\Delta\varphi = 0.$$

Puasson tenglamasi massani fazodagi taqsimoti $\rho(\vec{r})$ ma'lum bo'lganida, unga qarab potensialni topish imkonini beruvchi tenglamadir. (5) tenglik potensialga qarab erkin tushish tezlanishi $\vec{g}$ ni topish imkonini beradi.

Agar modda bitta nuqtaviy jismdan iborat bo'lsa, Puasson tenglamasini echimi (10) ifodadan iborat bo'ladi. Modda nuqtaviy jismlar to'plamidan iborat bo'lsa, potensial va $\vec{g}$ quyidagicha yig'indilar bilan ifodalanadi:

$$\varphi(\vec{r}) = -G\sum_i \frac{M_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|}, \qquad (15)$$

$$g(r) = -G\sum_i \frac{M_i \cdot (r - r_i)}{|r - r_i|^3}. \quad (16)$$

Bunda (15) echim (13) Puasson tenglamasini qanoatlantiradi.

Gravitasion maydon elektr maydon kabi energiyaga ega, bu energiyaning zichligi quyidagicha:

$$w = -\frac{g^2}{8\pi G}. \quad (17)$$

Bu formulani diqqatga sazovor joyi shundaki, gravitasion maydonning energiyasi doimo manfiydir. Ikkinchidan – gravitasion doimiy mahrajda turibdi. Uning qiymati kichik bo'lgani uchun, energiyaning zichligi katta bo'ladi. Masalan Yer sirtida $g = 981\, sm/s^2$, $w = -5.74 \cdot 10^{11}\, erg/sm^3 = -5.74 \cdot 10^{10}\, J/m^3$. Shunday qilib gravitasion energiyaning absolyut qiymati juda katta ekan.

Gravitasion maydon jismni yaqinida katta bo'lib, masofa oshishi bilan kamayib boradi, umumiy energiya esa chekli bo'ladi. a radiusli sharsimon jismning (planeta yoki yulduz) tashqi maydonini to'liq energiyasini topaylik:

$$W = 4\pi \int_a^\infty r^2 w dr = -4\pi \int_a^\infty r^2 \frac{1}{8\pi G}\left(\frac{GM}{r^2}\right)^2 dr = -\frac{GM^2}{2a}. \quad (18)$$

Gravitasion maydon energiyasining $a \div 2a$ oraliqdagi W_1 qismini hisoblaylik. (18) dagi integralning yuqori chegarasini o'zgartirib, topamiz: $W_1 = W/2$. Bu oraliqda maydon energiyasining yarmi joylashgan bo'lar ekan, energiyaning asosiy qismi jismning yaqinida bo'lar ekan.

Planetaning ichki qismida ham gravitasion maydon mavjuddir. Bu maydonni radial taqsimotini topish uchun (11) Gauss teoremasidan foydalanamiz. Planetaning zichligi ρ birjinsli desak:

$$4\pi r^2 g = -4\pi G\left(\frac{4\pi}{3}\rho r^3\right).$$

Bundan g ni topaylik:

$$g = -\frac{4\pi}{3}\rho G r = -\frac{MG}{R^3} r, \quad (19)$$

Erkin tushish tezlanishi birjinsli planetada radius bilan chiziqli oshib borar ekan. (19) ni (17) va (18) ga qo'ysak, integralni planetaning markazidan a radiusli sirtigacha, so'ngra cheksizgacha hisoblasak, planetaning umumiy gravitasion maydon energiyasini topamiz:

$$W = -0.6\frac{GM^2}{c}. \quad (20)$$

Shunday qilib massa doimiy bo'lgani holda planetaning radiusi qanchalik kichik bo'lsa gravitasion maydon energiyasi shunchalik katta bo'lar ekan. Lekin planeta radiusini nolga yaqinlashtirib bo'lmaydi, radiusni pastki chegarasini cheklovchi chegara bo'lishi kerak. Shu chegara sifatida planetaning gravitasion radiusni (R_g) ishlataylik, va tashqi (18) gravitasion maydon energiyasini hisoblaylik:

$$R_g = 2MG / c^2 \tag{21}$$

$$W = -0.25 Mc^2 \tag{22}$$

Shunday qilib planetaning radiusi gravitasion radiusdan kichik bo'lsa, uning tashqi gravitasion energiyasi modda energiyasining choragiga teng bo'lar ekan.

Gravitasion radius tushunchasi keyingi bo'limda batafsil muhokama qilinadi.

Klassik fizikada ham gravitasiyaga xos bo'lgan bir qator masalalar echilishi mumkin. Butun dunyo tortilish qonunining kashfiyotchisi I.Nyuton bu qonunga asosan astronomik kuzatuvlardan ma'lum bo'lgan Kepler qonunlarini asoslab bergan edi. Klassik mexanika sohasida o'rganiladigan gravitasion kuchlar kosmik kemalarni Yerning atrofidagi harakatini hisoblashda ham, Quyoshga yoki Quyosh sistemasining eng uzoq planetalariga sayohatni rejalashtirishda ham xizmat qilmoqda. Fanning bunday masalalar bilan shug'ullanadigan bo'limi "osmon mexanikasi" deb ataladi.

Nisbiylik nazariyasining $E = mc^2$ energiya va massa orasidagi ekvivalentlik formulasiga asosan gravitasion maydon faqat moddiy jismlar tomonidan emas, energiyaga ega bo'lgan maydonlar tomonidan ham xosil qilinishi kerak. Samoviy jismlarning gravitasion maydoni katta energiyaga ega bo'lgani uchun, buni o'zi ham gravitasion maydonni tuzilishiga ta'sir etishi kerak, bu ta'sir yuqoridagi yondoshishda hisobga olinmagan. Klassik yondoshish hal qilib berolmaydigan masalalar *umumiy nisbiylik nazariyasi* metodlari bilan hal etiladi.

§42. Umumiy nisbiylik nazariyasining asosiy g'oyalari

Umumiy nisbiylik nazariyasi (UNN) gravitasiyaning nisbiylik nazariyasidir. Unda gravitasion maydon, jismlarni gravitasion maydondagi harakati nisbiylik prinsipini qo'llagan holda o'rganiladi. Faqat inersial sanoq sistemalarga emas, noinersial sanoq sistemalarga ham nisbiylik prinsipini bajarilishi, noinersial sanoq sistemalarda ham tabiat qonunlari kovariant ifodalanishi talab qilinadi.

Gravitasion maydon va uning ta'siri universalligi bilan ajralib turadi. Elektr va magnit maydonni faqat ikki turdagi zaryadlar xosil qiladi, shunga mos ravishda elektr va magnit maydonlar faqat ikki turda zaryadlangan zarralarga ta'sir etadi, neytral zarralarga ta'sir etmaydi. Gravitasion maydonni barcha moddiy zarralar va maydonlar xosil qiladi (jumladan elektromagnit maydon), o'z navbatida gravitasion maydon barcha zarralar va hattoki maydonlarga ham ta'sir etadi

Gravitasion maydonda barcha jismlarga gravitasion kuch ta'sir etadi, ular tezlanuvchan harakatlanadi. Bu fikr Yerga ham, Quyoshga ham, hattokim Galaktikalarga ham tegishlidir. Shu jismlar bilan bog'liq sanoq sistemalar ham noinersial bo'lib qoladi. Noinersial sanoq sistemada kuch ta'sir etmayotgan jism ham tezlanuvchan harakatlana boshlaydi. Buni notekis sirtdagi sharchani harakatiga o'xshatish mumkin. Boshlang'ich paytda tinch turgan zarrani harakat traektoriyasini geodezik chiziq deb ataladi. Umumiy nisbiylik nazariyasida sanoq sistemasi ham egri chiziqli bo'ladi.

Ekvivalentlik prinsipidan foydalanib, gravitasion maydon bor sanoq sistemasidan, gravitasion maydon yo'q bo'lgan sanoq sistemasiga o'tish mumkin. Masalan Yer atrofida erkin aylanayotgan kosmik kemani tasavvur qilaylik. Yerdagi kuzatuvchi kemani Yer tortayotganini, shuning uchun u Yer atrofida aylanma harakat qilayotganini kuzatadi. Kemaning ichidagi odam esa vaznsizlik holatida bo'ladi, kema ichida vaznsiz erkin harakatlanadi. Kema ichidagi birorta tajriba gravitasion maydon borligini tasdiqlamaydi. Shunday qilib, erkin harakatlanayotgan kosmik kema atrofida gravitasion maydonni yo'q qilish uchun u bilan bog'liq noinersial sanoq sistemasiga o'tish kerak ekan. Umumiy nisbiylik nazariyasida ekvivalentlik prinsipi quyidagi ma'noda qo'llaniladi: gravitasion maydon mavjud bo'lgan inersial sanoq sistema va gravitasion maydon nolga aylanuvchi noinersial sanoq sistema ekvivalentdir.

Noinersial sanoq sistemaga o'tib cheklangan sohadagi gravitasion maydonni nolga aylantirish mumkin, lekin butun fazoda buning iloji yo'q. Bu holda lokal (cheklangan) ekvivalentlik prinsipi haqida gapirish mumkin.

Klassik fizika Evklid fazosida o'rganiladi. Evklid fazosida ikki nuqta orasidagi masofa Pifagor teoremasiga ko'ra hisoblanishi mumkin:

$$dl^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 . \qquad (23)$$

Nisbiylik nazariyasida esa to'rt o'lchovli fazo nuqtalari orasidagi masofa (interval) yuqoridagiga o'xshash hisoblanadi:

$$ds^2 = c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2, \qquad (24)$$

va bu (24) miqdor koordinata o'qlarini burilishlarida, Lorens almashtirishlarida o'zgarmay (invariant) qoladi. Inersial sanoq sistemalarida mexanikadagi Nyuton qonunlari bajariladi, kuch ta'sir etmayotgan jism inersiya qonuniga bo'ysinadi, o'zining doimiy tezligini yoki tinch holatini o'zgartirmaydi. Interval (24) tenglik bilan ifodalaniladigan fazo Psevdoevklid fazo deb ataladi.

UNN da noinersial sanoq sistemalar uchun (umumiy holda ular egri chiziqli sanoq sistemalar bo'ladi) (24) intervalni quyidagicha yozib olinadi:

$$ds^2 = \sum_{nm} g_{nm} dx_n dx_m . \qquad (25)$$

Bu yerda g_{nm} sonlar metrik tenzorni tashkil etadi. Xususiy nisbiylik nazariyasida qo'llaniladigan psevdoevklid fazo uchun $g_{00} = 1,\ g_{11} = g_{22} = g_{33} = -1,$ qolgan tashkil etuvchilar esa nolga teng. Noinersial sanoq sitemalarida metrik tenzorning barcha elementlari noldan farqli bo'lishi mumkin.

Metrik tenzor dastlabki (25) ta'rifiga ko'ra simmetrik tenzordir: $g_{mn} = g_{nm}$, Shuning uchun uning 16 elementidan 6 tasi takrorlanadi, erkli tashkil etuvchilarini soni 10 tadir. Metrik tenzor fazoni ko'p xossalarini o'ziga mujassamlashtiradi, **fazoni metrikasini** aniqlaydi.

UNN ishlatiladigan intervalning (25) shakli ishlatiladigan sanoq sitemasini egri chiziqligidan darak beradi. Metrik tenzor simmetrik bo'lgani uchun, qulay koordinata o'qlariga o'tib, uni diagonal shaklga keltirish mumkin. Koordinatalarni bunday almashtirish gravitasion maydon yo'q bo'lgan sanoq sistemasiga o'tishdan iborat. Tenzorlarni bunday almashtirish haqida energiya -- impuls tenzorini o'rganayotganda batafsil gapirilgan edi.

Gravitasion maydon fazoda tekis taqsimlanmaydi, jismlarni atrofida kuchli, uzoq masofalarda kuchsiz va yo'q bo'lishi mumkin. Shuning uchun gravitasion maydon yo'q bo'lgan va metrik tenzor diagonal bo'lgan koordinata almashtirish butun fazo uchun emas, fazoning cheklangan sohasi uchungina amalga oshiriladi.

Psevdoevklid fazo uchun metrik tenzorni diagonal elementlarini ko'paytmasi -1 ga tengdir. Noinersial sanoq sistemalarida bu son manfiy bo'lib qolsada, qiymat jihatdan o'zgaradi, shu bilan sanoq sistemasining egrilanishini bildiradi.

Fazoni egrilanishi Evklid fazosida bo'lmagan, Riman, Lobachevskiy geometriyasida o'rganiladigan xossadir. Bu xossani tushunish uchun ikki o'lchamli fazoga – sirtga murojat qilaylik. Evklid geometrisiga ko'ra tekislikdagi uchburchakning ichki burchaklarini yig'indisi π ga tengdir, tekislikdagi parallel chiziqlar o'zaro kesishmasdir. Qavariq yoki botiq sirda, jumladan Yerning sirtida, bu xossalar bajarilmay qoladi. Lekin Yerning o'lchamlari juda katta bo'lgani uchun buni sezish oson emas. Uzoq ajdodlarimiz Yerning sirti yassi deb hisoblashgan.

Yerning sirti qavariq ekanligini geometrik tarzda o'rganish uchun Yerning ekvatoridan o'tayotgan ikki meredianni tasavvur qiling. Ekvator va meredianlar orasidagi burchaklar $\pi/2$ bo'lib, bu xossa Evklid geometriyasida meredianlarning paralellik shartiga to'g'ri keladi. Lekin meredianlar bo'ylab borsak, parallelik shartiga zid ravishda, ular Yerning qutbida kesishadi va biror α burchak xosil qilishadi. Xosil bo'lgan uchburchakni ichki burchaklarini yig'indisi π dan ortiq bo'ladi. Bunday katta uchburchakni tasavvur etishimiz Yerning sirtini qavariqligini asoslashga qulay bo'ldi. Kichikroq uchburchaklar chizilganda burchaklar yig'indisi π dan farqli ekanligini sezish oson emas. Shularni bilgan holda geometriyaning quyidagi formulasiga ko'ra sferik sirtning egriligini, Yerning radiusini hisoblash mumkin:

$$\alpha + \beta + \gamma - \pi = S / R^2 . \qquad (26)$$

Bu yerda S – uchburchakning yuzasi. Yuqoridagi uchburchak elementlarini Yer sirtida tashqariga chiqmay o'lchash mumkin, o'rganilayotgan fazoning o'zida uning egriligi haqida ma'lumot bor ekan.

Fazoni egriligini o'rganishda muammolar mavjud. Birinchidan egrilikni o'zi murakkab. Hatto ikki o'lchamli sirtning egriligi ham umumiy holda ikki radius bilan tavsiflanadi (qovunning sirtini ko'z oldingizga keltiring). Bundan tashqari bu egrilik radiuslarini markazlari fazoda qanday joylashganini tavsiflash zarur. To'rt o'lchamli fazoning egriligi esa jami $4^4=256$ tashkil etuvchiga ega bo'lgan, 20 muhim (erkli) elementi bo'lgan R_{iklm} Riman tenzori bilan tavsiflanadi. Ayrim hollarda esa erkli elementlar soni yanada kamayishi mumkin. R_{iklm} Riman tenzori g_{ik} metrik tenzor elementlaridan 4-koordinatalar bo'yicha (vaqt va fazoviy koordinatalar bo'yicha) olingan *birinchi va ikkinchi darajali xususiy xosilalardan iborat.* Riman tenzori metrik tenzor bilan ikkinchi rangli egrilik tenzorini xosil qiladi:

$$R_{ik} = \sum_{l,m} g^{lm} R_{limk} . \qquad (26)$$

Ma'lumki, qo'zg'almas zaryadlar elektrostatik maydonni xosil etadi. Lekin elektromagnit maydonni bunday o'rganish mukammal bo'lmaydi. Zaryadlarni harakati tufayli maydonga o'zgarish, hissa qo'shiladi. Yagona elektromagnit maydon haqida tasavvur bo'lmagan paytlarda harakatdagi zaryadlarning qo'shimcha maydoni magnit maydon deb atalgan. Elektromagnit maydon uchun zaryadlar qanday axamiyatga ega bo'lsa, gravitasion maydon uchun massa shuday axamiyatga ega. Shuning uchun dastlabki yaqinlashishda gravitasion maydon massalar bilan bog'liq (12-13 tenglamalarga qarang). Mukammal nazariyada gravitasion maydon faqat massa (energiya) bilan emas, uning oqimi bilan ham, kovariant tushunchalar bilan gapirganda energiya-impuls tenzori bilan aniqlanadi.

Eynshteyn tenglamasi (26) egrilik tenzorini moddaning xossalari bilan, energiya – impuls tenzori T_{ik} bilan bog'laydi[7,357bet]:

$$\boxed{R_{ik} = \frac{8\pi G}{c^2}\left(T_{ik} - 0.5 g_{ik} T\right)}. \qquad (27)$$

Bu yerda $T = \sum_i T_{ii}$. Tenglamada simmetrik tenzorlar ishtirok etgani uchun, (27) ifoda jami 10 xususiy xosilali differensial tenglamalarni ihcham yozilganidan iboratdir.

Eynshteyn tenglamalari chiziqsiz tenglamalardir, ularda metrik tenzorning elementlari turli darajada ishtirok etadi. Shuning uchun elektromagnit maydondan farqli ravishda, gravitasion maydon uchun superpozisiya prinsipi o'rinli emas. Faqat kuchsiz maydonlar uchun, klassik fizikada superpozisiya prinsipi qo'llaniladi, faqat uni taqribiy ekanligini unutmaslik kerak.

Eynshteyn tenglamalariga ko'ra modda va uning harakati gravitasion maydonni va fazo egriligini aniqlaydi, lekin gravitasion maydon o'z navbatida moddaga (energiya-impuls tenzori orqali) ta'sir etib, uning harakatini aniqlaydi. Eynshteyn tenglamalari faqat maydonni emas, bu maydonni xosil qiladigan moddaning ham harakat tenglamasidir. Bu tenglamalar echilishi uchun moddaning dastlabki taqsimoti va tezliklari berilishi kerak.

Elektrodinamikada zaryadlarni har qanday taqsimoti Maksvell tenglamalariga zid kelmaydi, va odatda Maksvell tenglamalarini echish uchun zaryadlarni taqsimoti, toklar beriladi. Lekin kosmik jarayonlarda elektr, magnit va gravitasion maydonlarni manbasi plazmadan iborat bo'ladi, plazmani harakati esa gravitasion, elektr va magnit maydonlar ta'siri bilan aniqlanadi. Shuning uchun kosmik elektrodinamika bilan Eynshteyn tenglamalari orasida o'xshashlik bor.

Eynshteyn tenglamalari moddaning gravitasion maydonidan tashqari, moddadan ajralib, elektromagnit to'lqinlar kabi bepoyon fazoda tarqaladigan gravitasion to'lqinlarni bashorat qiladi.

Eynshteyn tenglamalari g'oyat murakkab bo'lgani uchun, umumiy echimga ega emas, faqat turli xususiy hollar uchun echiladi. Xususiy hollarda ham echish jarayonini soddalashtirish uchun o'rganilayotgan sohada gravitasion maydonni nolga aylantiradigan noinersial sanoq sistemasiga o'tib echiladi. Natijada UNN da gravitasion maydon energiyasini hisoblab bo'lmaydi. Lekin UNN da topilgan har bir echim fanga katta hissa qo'shadi.

§43. UNN ning yutuqlari va ularni tajribada tasdiqlanishi.

Fotonlar chastotasining qizil siljishi. Bu effektni Dopler effektidan farqlash lozim. Gravitasion maydon faqat moddiy jismlar emas, balki elektromagnit to'lqinlarga ham ta'sir etadi. Yer sirtidan uzoqlashayotgan to'lqinlar ish bajarib, energiyasini yo'qotadi, chastotasi kamayadi. Shuni baholaylik. Foton ko'tarilayotganda bajarilgan ish $A = mgh$ bo'lsin, bu ish foton energiyasining o'zgarishiga teng bo'ladi: $\hbar\Delta\omega = mgh$. Foton massasini uning energiyasiga qarab aniqlaymiz: $m = \hbar\omega / c^2$, unda: $\Delta\omega = \omega gh / c^2$. Laboratoriyadagi tajribalar uchun chastotani bunday o'zgarishi juda kichik bo'lib, chastotani bunday o'zgarishi Eynshteyn tomonidan 1920 yillarda aytilgan bo'lsada, faqat yarim asr o'tganidan keyingina zamonaviy metodlar bilan *tasdiqlangan*.

Foton harakatida bajarilgan ish uning potensial energiyasini o'zgarishidan iborat. Yulduz sirtida potensial energiya $\varphi = -GMm / a$ bo'lsa, yulduzdan chiqib ketgan fotonning potensial energiyasi aynan shu miqdorga o'zgaradi: $\Delta\hbar\omega = -GM\hbar\omega / ac^2$. Yulduzning radiusi a qanchalik kichik bo'lsa, qizil siljish shunchalik katta bo'ladi. Neytron yulduzlarni massalari Quyoshnikidan kam farq qilsa ham, radiuslari 10-15 km dan iborat bo'ladi. Buni hisobiga qizil siljishdagi chastotani o'zgarishi boshlang'ich chastotani katta qismini tashkil etishi mumkin (10-40%).

SiriusA samodagi eng yorqin yulduzdir. Olimlar uni qo'shaloq yulduzligini, ikkinchi yulduz SiriusB massasi Quyoshnikiga yaqin bo'lgan, diametr esa 12 km bo'lgan oq karlik ekan. Uning sirtidagi erkin tushish tezlanishi Yer sirtidagidan 350 ming marta ortiq ekan. Faqat

"Xabbl" kosmik teleskopini imkoniyatlarigina yorqin SiriusA yulduzini yonidagi bu karlikni ko'rishni va undan kelayotgan nurlarni gravitasion qizil siljishini o'lchash imkonini berdi. Bu bilan UNNning bashoratlari yana bir marta tasdiqlandi.

Nurni gravitasion maydonda sinishi (burilishi). Quyoshni yonidan o'tib kelayotgan foton Quyoshga tortilib, kichik burchakka buriladi. Bu burchakni UNN ni qo'llamasdan hisoblaylik. Foton Quyosh markazidan ρ masofada o'tayotgan bo'lsin (bu masofa Quyosh radiusidan katta bo'lishi kerak). Foton taqriban ρ / c vaqt davomida Quyosh ta'sirida bo'ladi va uning ko'ndalang, markazga intilma tezlanishi GM / ρ^2 bo'ladi. Natijada nurning bo'ylama c tezligiga $(GM / \rho^2)(\rho / c) = GM /(\rho c)$ ko'ndalang tezlik qo'shiladi, xosil bo'lgan burchak $\theta = GM /(\rho c^2) = R_g / 2\rho$ ga teng ekan. Bu yerda $R_g = 2GM / c^2$ - gravitasion radius. Quyosh massasi va radiusini ishlatib, Quyosh yonidan o'tayotgan foton uchun burilish burchagini topamiz: $\theta = 0.44''$. Bu masalani UNN dagi echimi $\theta_2 = 2R_g / \rho \approx 1.75''$ natijaga olib keladi. Tajriba (1919y.) UNN natijasini *tasdiqlaydi.*

Nurlarni gravitasion maydonda sinish hodisasi yana "mikrolinzirovanie" - linzalash hodisasida kuzatiladi. Kuzatuvlar zamonaviy kompyuterlashgan teleskoplar yordamida (A.M.Cherepauk, Gravitasionnoe mikrolinzirovanie i problema skrытoy massы) ko'p yulduzni nurlanishini davriy ravishda o'lchashdan iborat. Ularning ayrimlarida linzalash hodisasi kuzatilgan. Uning ma'nosi shundaki, taxminan bir oy davomida yulduzni nurlanishini kuchayishi, so'ngra odatdagi qiymatiga asta qaytishi kuzatiladi. Jami bunday hodisalardan 50 dan ortig'i kuzatilgan. Hodisa maksimumida yulduzning nurlanishi odatdagidan 8-10 marta ortishi mumkin ekan. Bu hodisa kuzatilayotgan yulduz bilan Yer orasida ko'rinmas yulduz paydo bo'lganidan darak beradi, uning gravitasion maydonida nurlarni linzadagi kabi sinishi natijasida Yerdagi kuzatuvchiga etib kelayotgan nurlanishni kuchayishiga olib keladi.

Uchta yulduzni (kuzatilayotgan, o'rtadagi ko'rinmas yulduz va Quyosh) bir chiziqqa to'g'ri kelish extimolligi juda kichik bo'ladi, faqat o'rtaga tushishi mumkin bo'lgan ko'rinmaydigan yulduzlarning ko'pligi tufayli 50 dan ortiq linzalash hodisalari kuzatilgan. Bu esa so'ngan, ko'rinmaydigan yulduzlar miqdorini ko'pligini baholashga imkon beradi.

Linzalash hodisasi jarayonida nurni kechikishi. Uzoq galaktikadan kelayotgan nurlar bizga to'g'ri etib kelishi ham, yo'ldagi biror galaktika maydonida sinib etib kelishi ham mumkin. Kuzatilayotgan ikki tasvir bir galaktika tasviri ekanligini tasdiqlash oson emas, lekin bu astronomiyada hal qilingan masaladir. Masalan birinchi tasvirda kuzatiladigan chaqnashlar, yoki boshqa muhim hodisalar ma'lum muddat kechikib, ikkinchi tasvirda takrorlanadi. Kechikish τ ba'zi hollarda o'nlab sutka va hattoki bir – necha oyni tashkil etishi ham mumkin ekan.

Tajribalarda kuzatilgan va aniq o'lchangan kechikish τ birinchi navbatda nurlarni yo'lidagi farq bilan tushuntiriladi. Lekin bunday farq kuzatilgan farqning bir qismini tushuntirar ekan. Farq vujudga kelishining ikkinchi muhim sababini UNN quyidagicha tushuntiradi.

Metrik tenzor fazoning eng muhim xarakteristikasi edi. Agar metrik tenzor vaqt koordinatasi x_0 ga bog'liq bo'lmasa, x_0 jahon vaqti deyiladi. Galaktikadan kelayotgan ikki nurni xususiy vaqti $\tau_1 c = x_0(1+\varphi_1/c^2)$ va $\tau_2 c = x_0(1+\varphi_2/c^2)$ formulalar bo'yicha hisoblash mumkin. Birinchi formulada $\varphi_1 = 0$ qo'yish mumkin. Ikkinchi nur galaktika maydonida singani uchun gravitasion maydon potensiali φ_2 vaqtga hissa qo'shadi, va nurlarni o'zaro kechikishiga sabab bo'ladi.

Shunday qilib galaktikalarning ikki (yoki bundan ortiq) tasviri kuzatilganda nurlarni o'zaro kechikishini tushuntirish faqat UNN asosida amalga oshirilishi mumkin ekan.

Merkuriy perigeliyini asriy siljishini tushuntirish. Kepler qonunlariga ko'ra planetalar Quyosh atrofida elleptik orbitalar bo'yicha aylanishi kerak. Dastlab astronomik kuzatuvlarni umumlashtiruvchi, empirik aniqlangan bu qonun Nyuton tomonidan nazariy asoslangan. Lekin Kepler qonunlarini nazariy keltirib chiqarishda planetalarga faqat Quyoshning ta'siri hisobga olingan, boshqa planetalarning ta'siri esa - hisobga olinmagan. Aniq astronomik kuzatuvlar esa planetalarning orbitalari juda sekin burilishini ko'rsatdi. Bu burilish eng ichki va tez aylanuvchi planeta – Merkuriyda ayniqsa sezilarli bo'lib, yuz yilga 6000 burchak sekundini tashkil etadi. Chuqur ilmiy izlanishlar bu burilishning asosiy qismi Merkuriy harakatiga Venera va boshqa planetalarning ta'siri bilan tushuntirilishini ko'rsatdi. Lekin ohirgi 38 sekund burchakni bunday usulda tushuntirib bo'lmadi. Uzoq vaqtgacha Merkuriyga ta'sir etuvchi yangi planeta mavjudligi taxmin qilinib, uni izlandi. Lekin echim UNN topildi. UNN ga ko'ra Merkuriy orbitasi yuz yilda $\theta = 3\pi R_g / R$ burchakka burilishi kerak ekan. Merkuriy orbitasining radiusi $R \approx 0.6 \cdot 10^7 km$ bo'lib, formulaga Quyosh gravitasion radiusini qo'yib $\theta \approx 43''$ natija olingan. Bu burilish boshqa planetalar ta'siri bilan emas, UNN tufayli Kepler qonunlaridan chetlashish bilan tushuntiriladi.

Quyosh sistemasida Merkuriy Quyosh atrofida aylanish davri eng kichik bo'lgan ($T = 88\, sutka$) planetadir. Shuning uchun perigeliyi burilishi eng sezilarli bo'lgan ob'ektdir. Lekin koinotda bu xossasi yanada sezilarli bo'lgan qo'shaloq ob'ektlar bor. Ularni eng yaqini – Pluton – Xaron qo'shaloq planetalar. Ularni o'zaro aylanish davri 6 sutka 9 soat 17 minutni tashkil etadi. Ularning diametrlari 4000 va 2000 km bo'lgani holda, Xaronning orbitasining diametri 19000 km ekan. Lekin bu juftlikni orbitasining eliptik ekanligi haqida ma'lumotlar yo'q.

Koinotdagi yulduzlarni yarmidan ortig'i juftliklardan iboratligi ma'lum. Ularning ba'zilari juda yaqin juftlikni tashkil etadi. Masalan 1972 yilda dastlabki ochilgan juftlikni o'zaro aylanish davri 1.7 sutkani tashkil etarkan. Bu juftlikda elleptik orbita o'qlarini UNN bashorat qilganidek burilishi kuchli bo'lishi kerak. Hozircha samoda kuzatish uchun qulay yulduzlar juftligini (PSR 1913+16) perigeliyi Yerdagi bir yil davomida 4.3^0 burilishi tasdiqlangan.

Shu bilan UNN astranomiyadagi bu muammoni ilmiy hal etgan.

Gravitasion to'lqinlar haqida. Elektrodinamikaga ko'ra tezlanish bilan harakatlanuvchi zarralar elektromagnit to'lqin tarqatadi. Maksvell tomonidan bashorat qilingan elektromagnit to'lqinlar 20 yildan keyin Gers tajribalarida tasdiqlangan edi. Elektromagnit to'lqinlar o'z manba'sidan ajralib, cheksiz tarqalishi mumkin.

Gravitasion maydonlarning nazariyasi bo'lgan UNN ham gravitasion maydonlarni ikki turda bo'lishini aytadi[7, 442 va 454 bet]. Ulardan biri moddaning atrofidagi maydon bo'lsa, ikkinchisi dastlab tezlanuvchan harakatlanuvchi modda atrofida vujudga keladi, lekin keyin elektomagnit to'lqinlar kabi yorug'lik tezligida cheksiz tarqaladigan o'zgaruvchan maydondir. Ularni gravitasion to'lqinlar deyiladi. Gravitasion to'lqinlar hosil bo'lishi uchun, massalar koordinatalaridan vaqt bo'yicha uchinchi darajali hosilalar noldan farqli bo'lishi kerak ekan. Gravitasion to'lqinlar ko'ndalang to'lqin bo'lib, qutblanishga egadir. Gravitasion to'lqinlarni ikki tashkil etuvchisi bo'lib, ularni elektromagnit to'lqinlardagi kabi "elektr" va "magnit" tashkil etuvchilar deb atash to'g'ri bo'lmasdi.

Gravitasion to'lqinlar $g_{\alpha\beta}$ metrik tenzor elementlarida o'rganiladi. Egrilanmagan fazo galiley metrikasi bilan tasvirlanadi: $g_{00} = 1$, $g_{11} = g_{22} = g_{33} = -1$. Gravitasion to'lqinlar Galiley metrikasiga qo'shiladigan kichik $h_{\alpha\beta}$ tenzor elementlarida seziladi. x fazoviy o'q bo'ylab tarqalayotgan yassi gravitasion to'lqin uchun $h_{\alpha\beta}$ tenzor noldan farqli to'rt elementga ega bo'lib, ular $h_{23} = h_{32}$ va $h_{33} = -h_{22}$ lardan iborat. Bu yerdagi ikki son gravitasion to'lqinni ikki qutblanishini ifodalaydi. Elektromagnit to'lqinlar qutblanishi ham shunga o'xshab energiya-impuls tenzorining ikki elementi bilan bog'liq edi (§34, 40-formula).

Gravitasion to'lqinlar 1920 yilda A.Eynshteyn tomonidan bashorat qilingan, lekin hozirgacha ularning mavjudligi tajribada kuzatilmagan.

Gravitasion to'lqinlarni tajribada aniqlashda katta qiyinchiliklar kutiladi. Gravitasion to'lqinlarning real manba'si – qo'shaloq yulduzlardir. Ularning o'zaro aylanish davri 1 soat bo'lsa, gravitasion to'lqin uzunligi $\lambda = cT \approx 10^9\ km$ bo'ladi. Bunday to'lqinni sezish uchun oralig'i shunday (yoki buning yarmi) bo'lgan ikki kichik jismning o'zaro harakatini katta aniqlikda o'rganish kerak. Bu soxada real natijalarga erishilmagan. Lekin yulduzlar tomonidan gravitasion to'lqinlarni nurlatilishi haqida boshqa ma'lumotlar bor.

Ikki jismni o'zaro aylanishi haqidagi masalani UNN ga asosan L.D.Landau va E.M.Lifshis 1937 yilda echgan edilar. U echimga asosan bunday sistemani gravitasion nurlanish quvvati:

$$N = \frac{32G^4 m_1^2 m_2^2 (m_1 + m_2)}{5c^5 r^5}, \tag{28}$$

Bu nurlanish energiyasi sistemaning mexanik energiyasidan olinib, jismlar orasidagi masofa asta – sekin yaqinlashib boradi:

$$\frac{dr}{dt} = -\frac{64G^3 m_1 m_2 (m_1 + m_2)}{5c^5 r^3}, \tag{29}$$

Bu echimlardan ko'rinmoqdaki, gravitasion to'lqinlarni nurlanishi katta massali va yaqin jismlarni harakatida sezilarli kattalikka erisharkan. (29) ifodadagi G^3/c^5 hisobiga gravitasion to'lqinlarni energiyasi juda kichik bo'ladi, faqat kichik masofada joylashgan ulkan massali astronomik ob'ektlargina sezilarli gravitasion to'lqinlar nurlashi mumkin.

Bu nazariy masala qo'yilgan va echilgan paytda qo'shaloq yulduz degan tushuncha ham yo'q edi. Bu masala echilganiga yarim asrdan ortiq vaqt o'tgandan keyin, bu xodisalarni yaqqol namoyon qiladigan qo'shaloq yulduzlar sistemasi ochildi.

1993 yili fizika bo'yicha Nobel mukofoti R.A.Xals va J.G.Teylorga PSR 1913+16 (raqamlar yulduzni samoviy koordinatalarini bildiradi) pulsarini ilmiy o'rganishgani uchun berilgan. Kuzatuvlarga ko'ra bu pulsarni (pulsar – magnit maydoni juda kuchli neytron yulduz bo'ladi) yo'ldosh yulduzi bo'lib, u ham neytron yulduzdan iborat ekan. Ular orasidagi masofa $r = 1{,}8\cdot10^9 m$ bo'lib, bu masofa Quyosh diametridan 30% gina ortiqdir. Shuning uchun ushbu sistema gravitasion nurlashga katta energiya sarflab, juda nozik o'lchovlarga ko'ra yulduzlar yiliga bir necha metrga yaqinlashib bormoqdalar. Ularni yaqinlashib borishi gravitasion to'lqin nurlanayotganini nishonasidir. Bu sistemaning gravitasion nurlanish energiyasi Quyoshning umumiy nurlanish energiyasiga yaqindir. Shu ma'umotlarni o'zi gravitasion to'lqinlarni mavjudligini tasdiqi deb qaralishi mumkin.

§44. Qora o'ralar haqida

Bu bo'limda nisbiylik nazariyasining qora o'ra, gravitasion radius, hodisalar gorizonti degan tushunchalari ko'rib chiqiladi.

Umuman olganda nisbiylik nazariyasi – nazariy fan. Kundalik turmushdan uzoqroq tushunchalar bilan ish ko'radi. Faqat bilimga chanqoq, dunyoni qanday tuzilganligini bilishni istovchi o'quvchigina fanning bu sohasini batafsil o'rganadi. O'rgangan sari fanning fu bo'limini mukammalligidan hayratda qoladi. Nazariy fizikaning buyuk namoyondalaridan bo'lgan Lev Landau nisbiylik nazariyasini yangi o'rgangan hodimlaridan u haqida fikrini so'rarkan, bu fanning mukammalligiga, go'zalligiga tan berganlargina nazariy fizika sohasida ishlashi mumkin deb hisoblarkan. Biz esa o'quvchiga yuqoridagi elektrodinamika bo'limiga qaytib, bu bo'limni mukammalligiga e'tibor berishni tavsiya etamiz. Afsuski, gravitasiya bo'limi shu darajada murakkabki, uning asosiy yutuqlarini yoritish bilan cheklanmoqdamiz.

Qora o'ralar mavzusiining tarixi 18 asrga borib taqaladi. J.Mitchel va P.S.Laplas asarlarida shunga e'tibor berishganki, yuluzning massasi juda katta bo'lsa, yorug'lik yuldiz sirtini tashlab ketolmasligi mumkin. Haqiqatan, biror jism planetani tark etishi uchun uning to'liq energiyasi musbat bo'lishi kerak. Kinetik energiyani klassik tarzda ifodalasak:

$$\frac{m\vartheta^2}{2} - \frac{GMm}{r} \geq 0. \qquad (30)$$

Bu shartdan topiladigan tezlik ikkinchi kosmik tezlik deb ataladi:

$$\vartheta^2 \geq \frac{2GM}{r}.$$

Yulduzning zichligi juda katta bo'lsa, shu bilan birga M/r nisbat katta bo'lsa, ikkinchi kosmik tezlik yorug'lik tezligidan ortib ketishi mumkin. Bu holda biror jism tugul, yorug'lik ham yulduzni tark etolmaydi. J.Mitchel bunday yulduzni *ko'rinmas yulduz* deb atadi. Nur yuldizdan chiqolmaydigan chegara - *gravitasion radius* deb ataladi:

$$r_g = \frac{2GM}{c^2}. \tag{31}$$

(30) ifodada kinetik energiya klassik formula bilan yozilgan. Relyativistik tezlikka ega bo'lgan zarralar va yorug'lik uchun energiya mc^2 tarzda ifoalanishi to'g'ri bo'ladi. U holda gravitasion radius quyidagicha ifodalanadi (A.Boydedaev):

$$r_g' = GM/c^2. \tag{32}$$

Gravitasiyaning mukammal nazariyasi bo'lgan umumiy nisbiylik nazariyasida gravitasion radius (31) ifoda bilan mos kelgan.

Gravitasion radiusning (31) va (32) ifodalari yozilganda yulduzning butun massasi M gravitasion radiusning ichida joylashgan deb hisoblangan. Bunday holda yulduzdan biror zarra ham, yorug'lik ham chiqolmas ekan, tashqari tomondan u absolyut qora jism sifatida, ko'rinmas yulduz sifatida, 20 asrda jurnalistlar qo'ygan ot bo'yicha *qora o'ra* sifatida ko'rinar (ko'rinmas) ekan. Uning ichida nima bo'layotgani haqida tashqi dunyoga biror ma'lumot chiqmas ekan. Uning bor – yo'qligini bilish ham muammoli bo'lar ekan. Shu ma'noda qora o'rani boshqa dunyo, boshqa fazo deb atash mumkin. Lekin tashqaridagi modda va yorug'lik qora o'raning ichiga kirishi mumkin.

Gravitasion radiusni aniqlashda klassik fizika va nisbiylik nazariyaning natijalari mos kelsada boshqa natijalar bo'yicha hech qanday moslikni topib bo'lmaydi. Jumladan klassik fizika bo'yicha barcha hodisalar egrilanishi bo'lmagan Evklid fazosida ro'y bermoqda, vaqt tekis oqmoqda deb hisablanadi. Nisbiylik nazariyasida esa butunlay boshqa natijalarni ko'ramiz.

A.Eynshteyn umumiy nisbiylik nazariyasining asosiy natijalarini 1915 yil nashr etgan. Bir yil o'tmasdan boshqa nemis fiziki K.Shvarsshild Eynshteyn nazariyasini chuqur tushungan holda Eynshteyn tenglamasini muhim xususiy hol – M nuqtaviy massaning atrofidagi sferik simmetrik maydon uchun echimini topib, nashr etdi. Bu holda simmetrik metrik tenzorning faqat 4 muhim tashkil etuvchisi bo'lib, ular interval ifodasini aniqlaydi:

$$ds^2 = g_{00}c^2dt^2 + g_{11}dr^2 + g_{22}d\theta^2 + g_{33}d\varphi^2, \tag{33}$$

$$g_{00} = 1 - r_g / r;\ g_{11} = \frac{1}{1 - r_g / r};\quad g_{22} = -r^2;\ g_{33} = -r^2 \sin^2\theta$$

Fazoviy siljish radius bo'ylab bo'lganida: $d\theta = d\varphi = 0$,

$$ds^2 = (1 - r_g / r)c^2 dt^2 - dr^2 / (1 - r_g / r). \tag{34}$$

Bu ifoda $r = r_g$ radiusda o'ziga hoslik borligi ko'rinib turibti. Uni aniqlash uchun xususiy vaqt va masofa uchun ifodalar yozamiz:

$$d\tau = \sqrt{1 - r_g / r}\, dt, \tag{35}$$

$$\Delta r_0 = \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{\sqrt{1 - r_g / r}}. \tag{36}$$

(35) dan $d\tau < dt$ ekanligi ko'rinib turibdi. r ning qiymati gravitasion radiusga yaqinlashganda farq nihoyatda katta bo'ladi. Buning ma'nosi shundaki, gravitasion radiusga yaqinlashgan jismning xususiy vaqti $d\tau$ chekli qiymatni bildirganda, tashqi kuzatuvchi soati bo'yicha dt vaqt bundan cheksiz katta bo'ladi, tashqi kuzatuvchi moddani qora o'raga cheksiz katta vaqt davomida tushishini kuzatishi kerak. Buning sababini (36) tenglikdan aniqlash mumkin. Unga ko'ra tashqi kuzatuvchi uchun chekli oraliq $r_2 - r_1$ gravitasion radiusga yaqinlashgan jism uchun (Δr_0) cheksiz katta bo'ladi.

Shunday qilib gravitasion radiusni klassik fizika va UNN bashorat qilsada, vaqt va masofa masalalarida UNN juda boshqacha tasavvurlarga olib keladi.

§45. Koinotda qora o'ralarni kuzatilishi

Uzoq vaqtgacha qora o'ralar nazariy fizikaning amalga oshishi qiyin bo'lgan bashoratlaridan bo'lib qolavyerdi. Buning sababi quyidagicha.

Quyoshning massasi va radiusi quyidagicha:

$$M_\Theta = 1.9891 \cdot 10^{30} kg,$$

$$R_\Theta = 1.392 \cdot 10^9 m.$$

Uning gravitasion radiusi:

$$R_{g\Theta} = 2GM_\Theta / c^2 = 2950 m.$$

Agar Quyoshning barcha massasi gravitasion radius ichiga siqqanda edi, uning zichligi:

$$\rho = 1.85 \cdot 10^{19} kg / m^3$$

bo'lar edi, ya'ni mavjud zichlikdan $1.3 \cdot 10^{16}$ marta ortiq bo'lar edi. Buning iloji borligiga avvallari shubha bilan qaralardi. Astrofizikaning va yulduzlar nazariyasining rivojlanishi bunday zichliklar tabiatda bo'lishi mumkinligini ko'rsatdi.

Samodagi yulduzlar uzoq vaqt Quyoshga o'xshagan holatda bo'lishadi, ularda vodorod yadrolari birlashib, geliy xosil bo'ladi, yulduzlarning asosiy energiya manbai shundan iborat. Yulduzda vodorod yenilg'isi kamaygandan keyin, ularda turli noturg'unliklar boshlanadi. Avvaliga ular sovib, qizil gigantlarga aylanishadi. Virial haqidagi teorema bu jarayonni tushuntiradi, yulduzlar kengayish bilan soviydi, siqilganda esa – qiziydi. Rivojlanishning keyingi bosqichlarida qizil gigantlarni tashqi qobig'larini portlab, yulduzlar–oro tumanliklarni xosil qilishi, yulduzning asosiy massasi esa siqilib, karlik yulduzga aylanishi kuzatiladti. Bu karlik yulduz juda yuqori haroratga ega bo'ladi. Yorqin karlik ilgarigi sovuq va ko'zga tashlanmagan yulduz o'rnida paydo bo'lgani uchun, bu hodisani yangi yoki o'ta yangi yulduzni tug'ilishi deb ataladi. Bunday jarayonlar ba'zan shunday kuchli portlash ta'riqasida ro'y beradiki, boshqa galaktikalardan ham kuzatiladi, o'ta yangi yulduzni tug'ilishi deb tarixda qoladi. Yangi yulduz boshlang'ich paytda ba'zi hollarda butun boshli galaktikadan ortiq nur chiqarishi mumkin (galaktikada $\approx 10^{11}$ yulduz bo'lishi mumkin). Bizning Galaktikada tug'ilgan o'ta yangi yulduz boshqa barcha yulduzlardan yorqin bo'lib ko'rinadi. Lekin bu yulduzni ichki energiya manbai kuchsiz bo'lgani uchun, u astronomik o'lchamlar bo'yicha tez sovib boradi. Oq karlik qizil karlikka, so'ngra jigarrang karlikka aylanadi. Sovib nur chiqarmay qo'ygan yulduzlar ko'rinmay qoladi. Yuqoridagi bo'limlarda ko'rganimizdek, linzalash hodisalari bunday ko'rinmas samoviy ob'ektlarning ko'pligidan dalolat beradi.

Yulduzni siqilib karlikka aylanish jarayonini gravitasion kollaps deb yuritiladi. Bu hodisa Yulduzning massasiga bog'liqdir. Massasi 12-30 Quyosh massasiga teng bo'lgan yulduzlar kuchli siqilib, neytron yulduzga aylanadi. Ularning qa'rida gravitasion bosim shu darajada oshib ketadiki, elektronlar protonlar bilan birlashib, neytronlarga aylanadi. Yulduzning ichki qismidagi zichlik yadro zichligiga yaqinlashadi. Neytron yulduzlarning ayrimlaridagi magnit maydon nihoyatda kuchli bo'lib, ular asosan radioto'lqinlarda kuchli, lazer nurlari kabi yo'nalgan kogerent nurlanish chiqaradi, ularni pulsar deb ataladi. Ayrim pulsarlar optik sohada ham nurlanadi.

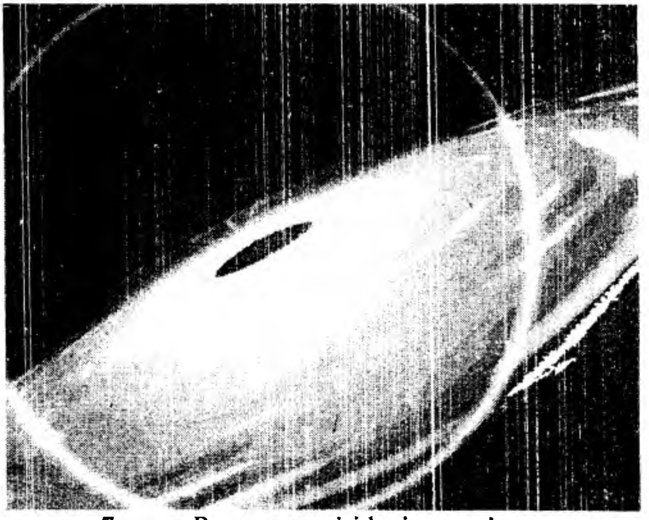
Massasi $30 M_{\odot}$ dan oshgan yulduzlar gravitasion kolapsga uchraganda, ularni siqilish jarayonini hech qanday fizik kuchlar to'xtatib qololmaydi. Ularning radiuslari gravitasion radiusgacha kamayib, ular

ko'rinmas yulduzga, qora o'raga aylanadi. Ularni ichidan moddiy zarralar tugul, foton kabi tinchlik masssasi yo'q bo'lgan zarralar ham chiqolmaydi, ularning ichki tuzilish haqida ma'lumot olib bo'lmaydi. Lekin tashqi modda ularni ichiga kirishi mumkin. Ularning benihoya kuchli gravitasion maydoni atrofdagi gazsimon moddani va samoviy jismlarnigina emas, balki yaqin yulduzlarni ham moddasini tortib yutib yuborar ekan.

Qora o'ralarning kuzatilishi ham ularni tashqi moddani tortib olishi bilan bog'liq. Modda o'raga tushayotganda gravitasion energiyasi kamayib (manfiy qiymati oshib borib), tezligi oshib boradi. Tashqi moddani asosiy qismi o'raga burchak ostida tushadi, impuls momentiga ega bo'ladi, qisqasi o'ra atrofida aylanuvchi Saturn atrofidagi kabi halqa xosil qiladi, uni akresion disk deb ataladi. Qora o'ra oddiy yulduz bilan juftlik xosil qilganda bu halqaning massasi ulkan bo'ladi. Halqaning turli radiusdagi qismlari turli tezlik bilan aylanadi, gravitasion va elektromagnit ta'sirlashuvlar hisobiga ishqalanib, temperaturasi oshib boradi.

Halqadagi modda (plazma) o'zi bilan magnit maydonini olib keladi, halqa siqilgan sari bu magnit maydon ham siqilib, kuchlanganligi oshib boradi. Ba'zan magnit maydonni turli yo'nalishdagi qismlari annigilyasiyalashib, Quyosh xromosferasidagi kabi chaqnashlar ro'y beradi, faqat Quyoshdagidan minglab marta kuchli portlashlar haqida gap ketmoqda. Chunki qora o'ra atrofidagi diskda kosmik tezliklar, temperaturalar mavjud, qatlamlar orasida kuchli tezliklar gradienti mavjud, bular esa samoda magnit maydonlarni kuchaytiruvchi omillardir, faqat har qanday yulduzda mavjud bo'lgan omillardan ming karra kuchli omillardir. Bu hodisalar energiyasining manbasi qora o'raning o'ta kuchli gravitasion maydonidir.

Shunday qilib qora o'rani o'zini ko'rib bo'lmasa ham, uning atrofidagi qaynab yotgan diskni ko'rish mumkin, yaqin atrofdagi yulduzlarni o'ra tomoniga tortilishini sezish mumkin.



7-rasm. Rassom tasviridagi qora o'ra.
Rasm markazidagi qora o'ra ko'zga ko'rinmaydi. Tasvirlangan qora o'ra qo'shaloq sistemada bo'lib, sistemaning ikkinchi yulduzi rasmning orqa qismida tasvirlangan. Qora o'ra ikkinchi yulduzdan tortib olan gaz qora o'ra atrofida kuchli nurlanish chiqarayotgan akkresion disk xosil qilib, aylanma harakat qilib qora o'raga tushib bormoqda.

Hozirgi paytda astronomiyada qora teshiklar topilgani tan olinadi. Turli galaktikalarning markazida massasi millionlab, hattoki milliardlab Quyosh massasiga teng bo'lgan qora o'ralar mavjud deb hisoblanadi. Shu bilan UNN ning bu bashorati ham o'z tasdiqini topgan.

§46. Mikroskopik qora o'ralar

Gravitasion radius (31) ta'rifiga ko'ra, bu miqdor massaga proporsionaldir. (31) tenglikdan gravitasion radiusni zichlikka bog'lanishini ham topishimiz mumkin:

$$r_g^2 = \frac{3c^2}{8\pi G\rho} \tag{37}$$

Bundan ma'lum bo'ladiki, katta radiusli qora o'ralardagi modda zichliki nisbatan kichik bo'lar ekan. Eng kichik gravitasion radius eng katta modda zichligi bilan bog'liq ekan. Eng kichik gravitasion radius fazoning eng katta egrilanishini bildiradi.

Fizikada Plank zarrasi (fundamental zarra) degan tushuncha bor. Uning massasi va o'lchamlari fundamental fizik doimiylardan tuziladi:

$$m_g = \sqrt{\frac{c\hbar}{G}}, \quad l_g = \sqrt{\frac{G\hbar}{c^3}}, \quad t_g = \sqrt{\frac{G\hbar}{c^5}}, \quad e = \sqrt{\alpha c\hbar}, \alpha = 1/137.036. \qquad (38)$$

Fundamental zarra uchun gravitasion radiusni hisoblaylik:

$$r_g = \frac{2MG}{c^2} = \frac{2G}{c^2}\sqrt{\frac{c\hbar}{G}} = 2\sqrt{\frac{G\hbar}{c^3}} = 2l_g. \qquad (39)$$

Bu natijaga ko'ra fundamental zarraning o'lchamlari uning gravitasion radiusidan kichik ekan. Fundamental zarra eng kichik, mikroskopik **qora o'radan iborat ekan**[9]. Fazoning eng katta egrilanishi fundamental zarraning yonida bo'lar ekan. Bu egrilanishning radiusi:

$$r_g = 3.2 \cdot 10^{-33} sm \qquad (40)$$

tabiatdagi eng kichik masofa deb hisoblanadi. Fundamental zarraning zichligi tabiatdagi eng katta zichlik deb hisoblanadi:

$$\rho = \frac{m_g}{l_g^3} = \frac{c^5}{\hbar G^2} \approx 5.1 \cdot 10^{93} g/sm^3. \qquad (41)$$

Bu zarra haqida ilmiy adabiyotda turli fikrlarni uchratish mumkin:

- Fundamental zarra elementar zarralarning eng kattasidir;
- Fundamental zarra qora tuynuklar orasida eng kichigidir;
- Borliq fundamental zarrani portlashidan vujudga kelgan [9];
- Elementar zarralar fundamental zarralarni kompton masofasidagi ta'sirlashuvi tufayli vujudga keladi;
- Fundamental zarra elektr va gravitasion maydonning zichlangan holatidan, fizik vakuumning fluktuasiyasidan iborat.

Bu fikrlarning har birida haqiqatning zarrasi yotibdi. Xullas – fundamental zarrani tabiatda muhim o'rni bor.

Ulkan yulduzlardan xosil bo'lgan qora o'ralar va fundamental zarradan iborat bo'lgan qora o'ralar oralig'ida boshqa mikroskopik qora o'ralar bo'lishi mumkin deb hisoblanadi. Ular dunyo rivojlanishining boshlang'ich etaplarida xosil bo'lishi mumkin edi. Lekin bunday qora o'ralar Xoking kvant bug'lanish mexanizmi hisobiga allaqachon yo'q bo'lib ketgan deb hisoblanadi.

Qora o'ralarning ichki sohasidagi, gravitasion radiusdan ichkaridagi sharoit biz yashayotgan dunyoga butunlay o'xshamaydi. Bu o'zgacha fazodir. Bu fazoda nimalar bo'lishini o'rganishda ham umumiy nisbiylik nazariyasi ma'lum darajada qo'llanishi mumkin.

Umumiy nisbiylik nazariyasini o'rganishda ko'p hollarda astrofizika masalalariga murojat qildik. Astrofizika 20-21 asrlarda fanning keskin ravishda rivojlanayotgan soxasiga aylangan. Insoniyat yangi texnik imkoniyatlariga tayanib, koinot xaqida, borliq xaqida bilimlarini kengaytirib bormoqda. Bepoyon koinotda kuzatilayotgan hodisalar tabiat tomonidan qo'yilayotgan behisob tajribalarga o'xshaydi. Ularni kuzatilishi fizika va boshqa tabiiy fanlarni qonunlarini tasdiqlamoqda, bu fanlar ichida yangi nazariyalarni, yangi bilimlarni vujudga kelishiga sabab bo'lmoqda. Koinotni rivojlanishini o'rganishda Eynshteyn yaratgan umumiy nisbiylik nazariyasi katta hissa qo'shmoqda.

§47. Muhim formulalar

- Gravitasion kuch: $F = m_g g$.
- Butun dunyo tortilish qonuni: $F = G\frac{mM}{r^2}$.
- Gravitasion doimiy: $G = 6.67 \cdot 10^{-8}\frac{sm^3}{g\,s^2}$.
- Gravitasion maydon potensiali: $\Delta\varphi = \int_1^2 g\,dr$, $g = -grad\varphi$, $W = m\varphi$.
- Puasson tenglamasi: $\Delta\varphi = -4\pi G\rho$.
- Nuqtaviy jismlar potensiali: $\varphi(r) = -G\sum_i \frac{M_i}{|r - r_i|}$.
- Nuqtaviy jismlar maydoni: $g(r) = -G\sum_i \frac{M_i(r - r_i)}{|r - r_i|^3}$.
- Gravitasion maydon energiyasining zichligi:

$$w = -\frac{g^2}{8\pi G}.$$

- Planetaning tashqi gravitasion maydonining energiyasi:

$$W = -\frac{GM^2}{2a}.$$

- Birjinsli planetaning umumiy gravitision maydon energiyasi:

$$W = -0.6\frac{GM^2}{a}.$$

- Qora o'raning tashqi gravitasion maydon energiyasi:

$$W = -0.25\,Mc^2.$$

- Kichik intervalning metrik tenzor orqali ifodasi:

$$ds^2 = \sum_{nm} g_{nm}\,dx_n\,dx_m.$$

- Uchburchakning ichki burchaklari va sirtning egrilik radiusi

$$\alpha + \beta + \gamma - \pi = S / R^2 .$$

- Eynshteyn tenglamasi:

$$\boxed{R_{ik} = \frac{8\pi G}{c^2}\left(T_{ik} - 0.5 g_{ik} T\right)}$$

- Gravitasion radius: $r_g = 2GM / c^2$.
- Quyoshning gravitasion radiusi: $R_{g\odot} = 2950m$.
- Fundamental zarra atrofidagi fazoning egrilik radiusi:

$$r_g = 3.2 \cdot 10^{-33} sm .$$

Lug'at

Nisbiylik – kuzatuv nuqtai nazariga, sanoq sistemasiga bog'liqlik **Nisbiy miqdor** – boshqa, harakatdagi sanoq sistemasiga o'tganda o'zgaradigan miqdor **Invariant miqdor** – sanoq sistemasiga bog'liq bo'lmagan miqdor **Kovariantlik** – fizik qonunning matematik ifodasini sanoq sistemasiga bog'liq emasligi **To'rt o'lchovli fazo** – nisbiylik nazariyasining muhim tushunchasi. Unga ko'ra borliq vaqt va uch fazoviy koordinatani birlashtiruvchi to'rt o'lchovli	**Interval** – to'rt o'lchovli fazoda masofa kabi miqdor. Lorens almashtirishlariga nisbatan invariant. Nol yoki manfiy bo'lishi ham mumkin/ **Tezliklarni qo'shish relyativistik formulasi** – relyativistik fizikada tezliklarni qo'shish oddiy matematik amaldan farq qiladi va maxsus formula bo'yicha qo'shiladi, natija hech qachon yorug'lik tezligidan ortiq bo'lmaydi. **Tinchlik massasi nol bo'lgan zarralar** – tinch holatda bo'lmaydigan, balki doimo yorug'lik tezligi bilan harakatlanuvchi zararlar. Tabiatdagi ta'sirlashuvni tashuvchi fotonlar, gravitonlar, glyuonlar

fazoda mavjud bo'lib, skalyar bo'lmagan fizik miqdorlar bu fazodagi to'rt o'lchovli vektorlar va tenzorlar bilan ifodalanadi

Skalyar miqdor – bir son bilan ifodalanadigan miqdor. Bu miqdor nisbiy yoki invariant bo'lishi mumkin

Vektor miqdor – koordinata o'qlari bilan bog'liq miqdor, fazo o'lchamiga teng tashkil etuvchilari bo'ladi. Birorta koordinata o'qini vektor bilan parallel joylashtirsak, vektorning faqat shu tashkil etuvchisi noldan farqli bo'lib, qolganlari nol bo'ladi. Nisbiylik nazariyasida vektorlar 4 o'lchamli bo'ladi

Tenzor miqdor – koordinata o'qlari bilan bog'liq murakkab fizik miqdor. Uning tashkil etuvchilarining soni fazo o'lchami n orqali ifodalanadi: $n^2, n^3, n^4, \dots$. Bu yerdagi daraja ko'rsakichlari tenzorning rangi deyiladi. Ya'ni vektor – birinchi darajali tenzordir. Koordinata o'qlari qulay tanlanganda tenzorning bir-necha tashkil etuvchilari nolga aylanishi mumkin

Doppler effekti – to'lqinlar manbai va ularni qabul qiluvchi shunday xossaga ega.

Massa va energiyaning ekvivalentligi - $E = mc^2$ - formulaga ko'ra massa va energiya faqat birlik va qiymatlari bilan farq qiladigan, mazmunan bir hil fizik miqdorlardir. Faqat qulaylik va tarihiy sabablarga ko'ra ikkita fizik miqdorlarni qo'llanishi davom etmoqda.

Nisbiylik nazariyasining klassik ildizlari – relyativistik dinamika qonunlari klassik dinamika qonunlaridan to'g'ridan to'g'ri keltirib chiqarilgan, buning uchun birorta postulat zarur bo'lmagan. Yorug'lik tezligi doimiyligi – bu nazariyaning muhim xullosasidir.

Elektrodinamikaning relyativistik invariantligi – klassik elektrodinamika qonunlari faqat shaklan o'zgartirilib, relyativistik kovariant tarzda ifodalanadi. Bunda olinadigan natijalar klassik va relyativistik mexanikadagidek farq qilmaydi.

Lorens kuchi – elektromagnit maydonda zaryadli zarraga ta'sir etuvchi kuch, relyativistik xarakterga ega.

Harakat tenglamasi – harakatni

priborlarning nisbiy harakati tufayli to'lqin chastotasi va uzunligini o'zgarishi **Yulduzlar aberrasiyasi** – Yulduzlar va Erning nisbiy harakati tufayli yulduzlarni osmonda kuzatilayotgan o'rnini siljishi **Yorug'lik tezligi** – tabiatdagi eng katta tezlik. Tinchlik massasi nolga teng bo'lgan zarralar shunday tezlik bilan harakatlanadi. Tinchlik massasi nol bo'lmagan zarralar tezligi yorug'lik tezligiga etishi mumkin emas **Galiley almashtirishlari** – koordinata va boshqa 3-o'lcholi vektor miqdorlarni bir sanoq sistemasidan ikkinchi, harakatdagi sanoq sistemaga o'tkazuvchi klassik almashtirishlar. Klassik fizika qonunlari bunday almashtirishlarga nisbatan kovariantlik xossasiga ega **Lorens almashtirishlari** - koordinata va boshqa 4-o'lchovli vektor miqdorlarni bir sanoq sistemasidan boshqa, harakatdagi sanoq sitemaga o'tkazuvchi almashtirishlar. Tenzor miqdorlarga ham qo'llaniladi. Nisbiylik nazariyasining eng muhim apparati. Bu almashtirishlarda vektorlarning moduli o'zgarmaydi,	kinematik parametrlarini (tezlanish, tezlik, koordinata) tashqi ta'sir, kuch bilan bog'lovchi differensial tenglama (tenglamalar sistemasi). Harakat tenglamasini Nyuton shaklidan tashqari Lagranj, Gamelton va boshqa shakllari mavjud. **Gravitasion radius** – massa atrofidagi Shunday radiuski, uning ichidagi biror zarra tashqariga chiqib ketolmaydi. Massa bunday radius ichiga sig'ishi uchun uning zichligi juda katta bo'lishi kerak. **Metrik tenzor** – intervalni hisoblashda qo'llaniladigan tenzor, fazoning geometrik xossalarini to'liq ifodalaydi. Fazoning egriligi ham metrik tenzor orqali ifodalanadi. **Fazoning egriligi** – fazoni geometrik xossalarini ifodalaydi, matematik jihatdan egrilik tenzori metrik tenzor elementlari orqali birinchi va ikkinchi darajali xosilalar bilan ifodalanadi. **Eynshteyn tenglamasi** – umumiy nisbiylik nazariyasining muhim tenglamasi. Egrilik radiusi tenzorini fazo egrilanishining sababi – materiyaning energiya – impuls tenzori bilan bog'laydi, metrik tenzor elementlari uchun ikkinchi darajali xususiy xosilali tenglamalar sistemasidan iborat.

invariant qoladi

Kompton effekti – fotonlarni elektronda sochilishi va bunda foton chastotasini o’zgarish hodisasi

Xususiy vaqt– sanoq sistemasiga nisbatan qo’zg’almas bo’lgan jismga tegishli vaqt, qo’zg’almas soat yordamida o’lchanadi.

Jismning xususiy uzunligi – qo’zg’almas jismning o’lchami

Elektr zaryadi – elektr va magnit maydonlarning skalyar manba’sining xarakteristikasi, +- ishorali bo’lishi mumkin, saqlanish qonuniga bo’ysinadi

Energiya – ipuls tenzori – ikkinchi rangli tenzor, modda yoki maydonning energiya, impuls, uzatuvchi kuchlari yagona tenzorning elementlari ekanligini ko’rsatadi

Elektromagnit maydon tenzori – ikkinchi rangli tenzor, uning 16 elementidan 6 muhim tashkil etuvchisi elektr va magnit maydon kuchlanganliklarining tashkil etuvchilaridan iborat. Shunday qilib elektr va magnit maydon kuchlanganliklari E, H vektorlar bo’lmay, tenzorning elementlari ekan

Fotonlar chastotasining gravitasion siljishi – gravitasion maydonda harakatlanayotgan fotonlarning potensiali o’zgarishi tufayli chastotasining o’zgarishi.

Nurni gravitasion maydonda sinishi – birjinsli bo’lmagan gravitasion maydondan o’tayotgan nurni sinishi (burilishi).

Linzalash hodisasi – ko’rinmas (so’ngan) yulduz gravitasion maydonida uzoqdagi yulduz tasvirini ravshanlanishi.

Linzalash jarayonida nurni kechikishi – kuchli gravitasion maydondan o’tayotgan nurni kechikishi. Uni sezilishi uchun uzoq kvazarning kamida ikki tasviri kuzatilib, ularda bir hil hodisalar aniqlanishi kerak.

Gravitasion nurlanish – gravitasion to’lqinlarni nurlanishi. Tezlanuvchan harakatlanayotgan zaryadlarni elektromagnit nurlanishiga o’xshaydi. Sezilarli nurlanish o’zaro tez aylanayotgan qo’shaloq yulduzlarda bo’lishi mumkin.

Akresion disk – qo’shaloq yulduzlardan biri oddiy, ikkinchisi qora o’ra yoki neytron yulduz bo’lganida oddiy yulduzning moddasini ikkinchi yulduza o’tishi

Uzluksizlik tenglamasi – birlik hajm uchun saqlanish qonunini ifodalovchi differensial tenglama, zaryad, energiya kabi turli fizik miqdorlarga qo'llaniladi **Ekvivalentlik prinsipi** – unga ko'ra moddiy nuqtaning gravitasion maydondagi tezlanuvchan harakati bilan tezlanuvchan harakatlanuvchi noinersial sanoq sistemasidagi harakati ekvivalentdir. Eynshteyn umumiy nisbiylik nazariyasining asosiga qo'llaniladi	kuzatiladi. Modda qora o'raning atrofida akresion disk xosil qilib, kuchli nurlanadi, va nurlanish qora o'rani kuzatish imkonini beradi. **Fundamental zarra** (Plank zarrasi) – elementar zarralarning eng kattasi, qora o'ralar orasida eng kichigi. Tajribada hali topilmagan.

ILOVA

NISBIYLIKKA DOIR MASALALAR

Quyida keltirilgan masalalar asosan [9] darslikdan o'zgarishsiz olingan. 67-76-masalalar [10], 77-81 masalalar [11] kitobdan olingan. 52-53 masalalar muallifniki.

Klassik mexanikadagi nisbiylik masalalari

1. Yerni Quyosh atrofidagi aylanma harakat tezligini hisoblang. Yer orbitasini aylanma deb oling. Bu tezlikni yorug'lik tezligiga nisbati nimaga teng? Javob: $30 km/s$; 10^{-4}.

2. Yer ekvatoridagi nuqta Yerning markaziga nisbatan qanday tezlikka ega? Javob: $470 m/s$.

3. Og'ir tosh 100 m balandlikdan yerkin qo'yib yuborilgan. Tosh yerga tushkuncha qancha vaqt o'tadi?

4. $1 kg$ massali jism $1 m$ radiusli aylana bo'ylab $\omega = 10/s$ burchak tezlik bilan aylanmoqda. Markazga intilma tezlanish va kuchni toping. Javob: $100 m/s^2$, $100 N$.

5. Kamyerton $\nu = 60/s$ chastota bilan tebranmoqda. Uning aylanma chastotasi va tebranish davrini hisoblang.

6. Yer Zuxra sayyorasi kabi juda qalin bulutlar bilan qoplangan bo'lganida, uning aylanishini yulduzlar va Quyoshga qarab bilib bo'lmas edi. Qanday tajriba yordamida Yer inyersial yoki noinyersial sanoq sistemasi ekanligini aniqlashni taklif etardingiz?

7. K sanoq sistema $t=0$ damda yuqorga qarab $3m/s^2$ tezlanish bilan harakat boshlagan. Shu damda moddiy jism K sanoq sistemaga nisbatan $10m/s$ gorizontal tezlik bilan harakat boshlagan. Jismni yerga nisbatan $x(t)$, $y(t)$ harakat qonunini yozing. Jism traektoriyasini ikki sanoq sistemasiga nisbatan tasvirlang.

8. Jism aylana bo'ylab $\vartheta=0.5m/s$ tezlik bilan harakatlanmoqda. $2s$ davomida jism tezligining yo'nalishi 30^0 ga o'zgarmoqda.

a) Jism tezligini $2s$ davomida o'zgarishini modulini hisoblang.

b) Shu vaqt ichida o'rtacha tezlanishni modulini hisoblang.

c) Bu harakatni markazga intilma tezlanishini hisoblang. Javob: $0.131\,m/s^2$

9. Yer ekvatoridagi jism og'irligi nol bo'lishi uchun Yerning aylanish davri qanday bo'lishi kyerak (bunga o'xshash sharoit chang zarralari siqilib, Yerni hosil qilayotgan davrda bo'lgan)? Javob: 1 soat 24 minut 24.1538 sekund.

10. Birinchi zarra $x_1=5m$, $y_1=0$ nuqtadan $u_1=-400\vec{i}$ tezlik bilan harakatlanmoqda. Ikkinchi zarra $x_2=0$, $y_2=10m$ nuqtadan $\vec{u}_2=-u_2\vec{j}$ tezlik bilan harakatlanmoqda.

a) Zarralar to'qnashishi uchun u_2 tezlik qanday bo'lishi kerak? Javob: $u_2=800$.

b) Bunda zarralarnig nisbiy tezligi qanday bo'lgan? Javobni vektor tarzda ifodalang. Javob: birinchi zarraga nisbatan $400(\vec{i}-2\vec{j})$.

c) Boshlang'ich paytda $\vec{r}_1$ va $\vec{r}_2$ nuqtalarda turgan $\vec{u}_1$ va $\vec{u}_2$ tezlikka ega bo'lgan moddiy nuqtalar to'qnashishi uchun talabni yozing. Javob: $\vec{r}_1+\vec{u}_1t=\vec{r}_2+\vec{u}_2t$.

11. Massalari $M_1=85g$ va $M_2=200g$ bo'lgan ikki moddiy zarra $\vec{u}_1=6.4\vec{i}\,sm/s$ va $\vec{u}_2=(-6.7\vec{i}-2\vec{j})sm/s$ tezliklar bilan harakatlanmoqda.

- Sistema massa markazini tezligini hisoblang. Javob: $\vec{\vartheta}=(-2.8\vec{i}-1.4\vec{j})sm/s$.
- Sistema impulsini hisoblang. Javob: $p=(-796\vec{i}-400\vec{j})g\,sm/s$.
- Massa markazi qo'zg'almas sanoq sistemasida har bir zarraning tezligini hisoblang.
- Zarralar to'qnashib, ularni birini tezligi $\vec{w}_2=(-4.4\vec{i}+1.9\vec{j})$ bo'lib qolgan. $\vec{w}_1$ tezlikni hisoblang. Javob: $\vec{w}_1=\vec{i}-9.2\vec{j}$.

- $w_{nis} = \vec{w}_1 - \vec{w}_2$ nisbiy tezlik nimaga teng?
- Labaratoriya sanoq sistemasida to'qnashuvdan avvalgi va to'qnashuvdan keyingi to'liq kinetik energiyani hisoblang. Bunday to'qnashuvda mexanik energiya saqlanganmi?
- Ohirgi topshiriqni massa markazi tinch turgan sistemada takrorlang.

12. Massalari $M_1 = 2g$ va $M_2 = 5g$ va tezliklari $u_1 = 10\vec{i}\ sm/s$ va $u_2 = (3\vec{i} + 5\vec{j})\ sm/s$ bo'lgan ikki zarra to'qnashib, so'ngra yopishgan tarzda harakatlanmoqda.

- Massa markazini tezligini hisoblang.
- Natijaviy impuls nimaga teng?
- Massa markazi qo'zg'almas bo'lgan sistemada natijaviy impuls nimaga teng?
- Natijaviy kinetik energiyani boshlang'ich kinetik energiyaga nisbati qanday?

13. Boshlang'ich damda uchta S, S', S'' sanoq sistemalar ustma-ust tushgan, ulardan S – inersial sanoq sistema bo'lgan. S' va S'' sistemalar unga nisbatan x o'qi bo'ylab $a = a\vec{i}$ tezlanishga, S'' sistema esa bundan tashqari S sistemaga nisbatan x o'qi bo'ylab $u = u\vec{i}$ tezlikka ega.

- S' va S'' sistemalar boshini S sistema boshiga nisbatan masofasini vaqtga bog'lanish formulasini yozing.
- Bir moddiy nuqtani uchta sanoq sistemasidagi koordinataraini bog'lanishini yozing.
- S sistemadagi moddiy nuqtani doimiy F kuch ta`siridagi harakat tenglamasini yozing. S' va S''sistemalarida harakat tenglamasi qanday bo'ladi?
- S' va S''sistemalarning o'zaro tezligi qanday? Bu sistemalardagi harakat tenglamalari qanday farq qiladi?

14. Yer bilan Oy orasidagi gravitasion tortishuv kuchini hisoblang. Bu kuch po'lat arqon yordamida uzatilsa, bu arqonni diametri qanday bo'lishi kerak edi? Javob: $2 \cdot 10^{20}\ N$.

15. Planeta doimiy ρ zichlikka ega bo'lsin. Uning ekvatoriga yaqin aylanma harakatlanayotgan sun`iy yo'ldosh aylanish davri faqat ρ ga bog'liqligini isbotlang.

Yoruqlik tezligi, yorug'lik to'lqinlariga bag'ishlangan masalalar

16. Kosmonavt o'zini Oyga qanday tezlik bilan yaqinlashayotganini o'lchash uchun $\nu = 5000 Mgs$ chastotali to'lqinlar jo'natmoqda. Qaytgan to'lqinlarni chastotasi $86 kgs$ oshgan bo'lsa, Oyga nisbatan kosmonavtning tezligi qanday? Hisoblarda Dopler effektini klassik formulasidan foydalanish mumkin. Javob: $2600 m/s$.

17. Labaratoriyada $5000 A^{\circ}$ to'qin uzunligida kuzatiladigan spektral chiziq uzoqlashayotgan galaktika nurida $5200 A^{\circ}$ to'lqin uzunligiga ega.

- Galaktika qanday tezlik bilan uzoqlashmoqda? Javob: 12 Mm/s.
- Bu galaktikagacha masofa qanday? Javob: $4 \cdot 10^{24} m$.

(Xabbl qonuniga ko'ra galaktikalarni uzoqlashish tezligi masofaga proporsional bo'lib, $\vartheta = \alpha r$, $\alpha = 3 \cdot 10^{-18} / s$)

18. Maykelsonning mashxur tajribalaridan birida muntazam sakkiz qirrali ko'zgu sekundiga $\nu = (529 \pm 3 \cdot 10^{-5}) / s$ marta aylangan. Ko'zguning qo'shni qirralari orasidagi burchak $135^{0} \pm 0.1'$ bo'lgan. Bir qirradan akslangan nur $L = (35.410 \pm 0.003) km$ masofaga borib, boshqa ko'zgudan akslanib, qaytib kelgan va aylanuvchi ko'zguning ikkinchi sirtidan akslanib, yorug'lik manba`sining oldida turgan kuzatuvchini ko'ziga tushgan. Berilgan ma`lumotlarga ko'ra yorug'lik tezligini va uning aniqligini hisoblang.

19. Yupiterning Io yo'ldoshi $4.21 \cdot 10^{8} m$ radiusli orbita bo'ylab 42.5 soatli davr bilan aylanadi. Uning davrini Io tutilishiga qarab o'lchanadi, chunki Io Yupiter soyasiga o'tgan paytni aniq o'lchash mumkin. Nemis astronomi Ryomer Io tutilishini uzoq vaqt kuzatib, tutilish vaqti davriy ravishda o'zgarishini, o'rtacha davrdan $15 s$ gacha farqlanishini aniqladi. Yana olim o'zgarish Yerdagi fasllar bilan bog'liqligini aniqladi.

- Ioni Yupiter atrofidagi bir marta aylanish davrida Yer qancha masofa o'tishini hisoblang. Javob: $4.59 \cdot 10^{9} m$.
- Qaysi paytda Ioni aylanish davri eng katta bo'lib ko'rinadi?
- Bu ma`lumotlarga qarab yorug'lik tezligini hisoblang.
- Yarim yil davomida Io tutilishlarini kechikishi qancha bo'ladi?
- Ioni aylanishini chastotasi $\nu = 1/T$ bo'lgan yorug'lik to'lqini, Io tutilishlarini kechikishini Dopler effekti sifatida qarash mumkin. Shunga asosan yorug'lik tezligini hisoblang.

20. 1916 yili galaktialargacha masofani naqdar katta ekanligi ma`lum emasdi. O'sha paytda M101 spiral tumanlik 85000 yil davr bilan qattiq jism kabi aylanishi haqida xabar nashr etildi. Tumanlikni diametri 22' deb aniqlandi. Bu ma`lumotlarga ko'ra M101 galaktikagacha maksimal

masofani hisoblang. Galaktika chekka nuqtalarining tezligi yorug'lik tezligidan oshmasligini hisobga oling.

Zamonaviy o'lchovlarga ko'ra bu galaktikani aylanish davri to'g'ri aniqlangan, ungacha masofa esa $8.5\cdot 10^{22}m$ ga teng.

21. Sefida – gravitasion noturg'un yulduz bo'lib, uning radiusi va temperaturasi davriy ravishda o'zgarib turadi. Shunga mos ravishda yulduzni ravshanligi ham davriy o'zgarib turadi. Bizning Galaktikada ravshanligi Quyoshdan 20 ming marta kuchli, o'zgarish davri 50 sutka bo'lgan Sefida mavjud. Uzoq galaktikalarni kuchli teleskoplarda kuzatib, ulardagi ayrim o'zgaruvchi yulduzlarni aniqlash mumkin. Faqat galaktikalar katta tezlik bilan uzoqlashishi tufayli Sefidalarni davrlari o'zgargan holda kuzatiladi.

- Xabbl qonunidan foydalanib, $3\cdot 10^{25}m$ masofadagi galaktikani uzoqlashish tezligini aniqlang.
- Bunday masofadagi galaktikadagi Sefida davri qanday bo'lib kuzatilishi kerak?

22. Astronomiyada ba`zan ko'rimsiz yulduzlarni birini portlab, uni o'rnida yorqin yangi yulduzni vujudga kelishi kuzatiladi. Portlash natijasida vujudga kelgan gazli qobig', portlashlarni birida yiliga 0.3'' tezlik bilan kengayib boradi. Yangi yulduz spektrida odatdagi spektal chiziqlardan tashqari kengligi $10A^{o}$ keladigan (5000 A^{o} uzunlikdagi to'lqinlar uchun) nurlanish chiziqlariga ega. Bu kengayish kengayib borayotgan gaz qobig'ni yaqinlashayotgan va uzoqlashayotgan qismlaridan chiqqan nurlarni Dopler siljishi bilan tushuntiriladi. Shu ma`lumotlarga asoslanib yangi yulduzgacha masofani hisoblang. Javob: $1.2\cdot 10^{19}m$.

23. Ma`lumki Quyosh bizning Galaktika markaziga nisbatan aylanma harakat qiladi, Galaktikani o'zi ham fazoda harakatlanadi. Shuning uchun galaktikalarni Xabbl qonuni bo'yicha uzoqlashishi hamma yo'nalishda bir hil bo'lmaydi. $R=3.26\cdot 10^{7}$ yorug'lik yili masofadagi galaktikalarni nazarda tutib, quyidagilarni toping.

- Xabbl qonuniga ko'ra ularni uzoqlashish tezligini hisoblang. Javob: 1000 km/s.
- Vodarod H_{α} spektral chizig'ini laboratoriyada o'lchangan to'lqin uzunligi $\lambda_{c}=6.563\cdot 10^{-3}m$ bo'lsa, uzoqlashayotgan galaktikalar nurida to'lqin uzunligi λ qanday bo'lishi kerak? Javob: $\lambda=6.584\cdot 10^{-3}m$
- Turli galaktikalardan kelayotgan to'lqinlarni uzunligini λ dan farqiga qarab, Quyoshning tezligi $300km/s$ aniqlangan. Bu tezlik Quyoshni Galaktika markazi atrofidagi aylanma tezligiga tengmi?

- Bizning Galaktika massasi $M_0 = 8 \cdot 10^{44} kg$ deb hisoblanadi. Bu massani boshqa yo'l bilan hisoblab, to'g'riligini tekshiring. Buning uchun butun Galaktika massasi uning markazida mujassamlangan deb, Quyoshni $300 km/s$ tezligi uning Galaktika markazi atrofidagi aylanma harakat tezligi deb hisoblang. Aylanish radiusi 3500 yorug'lik yiliga teng. Massalarda farq chiqsa, uni tushuntiring.

24. Quyosh sirtini kuzatuvlarga ko'ra uning ekvatori 25 sutkalik davr bilan aylanadi. Turli yulduzlarni orasida Quyoshdan ko'p marta tezroq aylanadiganlari ham uchrashi kerak. Ular teleskopda nuqta kabi ko'rinsa, ularni aylanish davrini qanday o'lchash mumkin?

Lorens almashtirishlariga doir masalalar

25. Lorens almashtirishlari intervalni invariant qoldirishini isbotlang.

26. Lorens almashtirishlariga teskari almashtirishlarni keltirib chiqaring.

27. Ikki voqea turli nuqtalarda bir vaqtda ro'y bergan bo'lsa, boshqa sanoq sistemasiga o'tganda bu voqealar bir vaqtda ro'y bermasligini isbotlang.

28. Bir sanoq sistemasida nuqtaning tezligi $c = \sqrt{\vartheta_x^2 + \vartheta_y^2}$ bo'lsa, boshqa, harakatdagi sanoq sistemasida ham nuqta tezligi $c = \sqrt{\vartheta_x'^2 + \vartheta_y'^2}$ bo'lishini ko'rsating.

29. Tinch turgan π^+ mezonlarni yashash vaqti $\tau = 2.5 \cdot 10^{-8} s$. $\beta = \vartheta / c = 0.73$ tezlik bilan harakatlanayotgan π^+ mezonlar uchun o'rtacha yashash vaqti nimaga teng? Javob: $3.6 \cdot 10^{-8} s$.

- Yashash vaqtida π^+ mezonlar qancha masofaga borib etadi? Javob: $8m$
- 1000 ta π^+ mezondan nechtasi 20m ga borib etadi?
- Relyativistik effektlar bo'lmaganda qancha masofaga borib etardi? Javob: $5m$.
- $\beta = 0.99$ bo'lsa javoblar qanday o'zgaradi?

30. μ-mezonlarni hususiy yashash vaqti $\tau = 2 \cdot 10^{-6} s$. Ularning tezligi 0.99c. Atmosferani yuqori qatlamlarida hosil bo'lgan μ-mezonlar oqimi pastka harakatlanayotgan bo'lsin. Yerning sirtiga boshlang'ich zarralarning 1% etib kelsa, mezonlar qanday balandlikda hosil bo'lganligini hisoblang. Javob: $20 km$.

31. S' sanoq sistemasida x'_1 va x'_2 nuqtalarda t'_1 va t'_2 damlarda ikki voqea ro'y bergan. Bu voqealarni V tezlik bilan x o'qi bo'ylab harakatlanayotgan sanoq sistemasidagi koordinatalarini hisoblang.
32. Tinch turgan π^+ - mezonlarni yashash vaqti $\tau = 2.5 \cdot 10^{-8} s$. 10^4 π^+ - mezondan iborat oqim radiusi 20 m bo'lgan xalqa bo'ylab $\vartheta = 0.99c$ tezlik bilan aylanmoqda.

- Bir marta aylanishdan keyin oqimda qancha zarra qoladi?
- Zarralar qo'zg'almas bo'lganida shuncha vaqtdan keyin nechtasi qolardi?

33. Galaktika Quyoshdan $3 \cdot 10^9$ yorug'lik yili masofada bo'lsa, uning uzoqlashish tezligi qanday? Bu galaktika harakatini relyativistik deyish mumkinmi? Javob: $85000 km/s$.
34. Yerdagi kuzatuvchi ikkita galaktika qarama qarshi yo'nalishlarda $\vartheta = 0.3c$ tezliklar bilan uzoqlashayotganini o'lchagan. Bu galaktikalarni ozaro nisbiy tezligi nimaga teng?
35. S sanoq sistemasidagi A va B nuqtalarda bir vaqtda ro'y bergan voqealarni nuqtalarni o'rtasida qo'zg'almay turgan O kuzatuvchi kuzatgan. S' sanoq sistemasi S sistemaga nisbatan $V = c/3$ tezlik bilan harakatlanmoqda va O kuzatuvchi voqealarni kuzatgan damda S' sistemada qo'zg'almay turgan O' kuzatuvchi O kuzatuvchini yonidan o'tayotgan bo'lsin.

- B' voqeadan signal O' kuzatuvchiga etgan holatni rasmda tasvirlang. Shu paytda signal O kuzatuvchiga etib borganmi? Nima uchun?
- Signallar O kuzatuvchiga etgan holatni rasmda tasvirlang.
- A' voqeadan signal O' kuzatuvchiga etgan holatni rasmda tasvirlang.
- A'O' va B'O' masofalarni tengligini isbotlang.
- O' kuzatuvchi uchun A' va B' voqealar bir vaqtda emasligini isbotlang.

36. Protonlar 20 kV potensiallar farqida tezlashtirilib, ular elektronni birlashtirib neytrallashadigan sohaga kirishdi, bunda vodorod atomlarini hosil bo'lishi va nur chiqishi kuzatiladi. Protonlarni tezligi qancha? Qo'zg'almas protonlar uchun kuzatiladigan spektral chiziq $\lambda = 4861.33 A^0$ bo'lsa, tezlatilgan protonlar uchun qanday bo'ladi?

Relyativistik energiya va impuls

37. Kinetik energiyasi $1Gev$ bo'lgan protonlarning impulsi qancha? Impulsni eV/c birligida o'lchash mumkin. Javob: $1.7Gev/c$.

38. Kinetik energiyasi $1Gev$ bo'lgan elektronning impulsi nimaga teng? Javob: 1.0005 Gev/c.

39. Proton uchun $\vartheta = 0.995c$. Uning energiya va impulsini hisoblang.

40. Kosmik nurlarda $10^{19}eV$ va bundan yuqori energiyali zarralar uchraydi. Ularning massa va impulsini hisoblang. Javob: $1.8\cdot10^{-17}kg$, $5\cdot10^{-9}kg\,m/s$.

41. Protonning tezligi $\vartheta = 0.999c$ ga teng. Bu sanoq sistemasiga nisbatan $\vartheta = 0.99c$ tezlikka ega bo'lgan sanoq sistemasida protonning tezligi, energiya va impulsini toping.

42. Elektronning tezligi $\vartheta = 0.99c$ bo'lsa uning kinetik energiyasi nimaga teng? Javob: 3.1 MeV.

43. Fe^{57} atomi $14keV$ energiyali foton chiqarsa, atomni turtki impulsini hisoblang. Bu impulsni relyativistik deyish mumkinmi? Javob: $7.5\cdot10^{-24}kg\,m/s$.

44. Qo'zg'almas protonga E energiyali foton kelib tushgan.

- Fotonning impulsi qanday bo'lgan?
- Massa markazining tezligi qanday bo'lgan? Javob: $\vartheta = cE_\gamma/(E_\gamma + M_p c^2)$.

45. Neytronni proton va elektronga parchalanish hodisasida ajralib chiqadigan energiyani hisoblang. Javob: 0.79 MeV.

46. Ikki zarraning impulsi $p = p_1 + p_2$, energiyasi $E = E_1 + E_2$ ga teng. Lorens almashtirishlarini bajarib, $E^2 - p^2c^2$ miqdor invariant ekanligini ko'rsating.

47. Ikki proton qarama qarshi yo'nalishlarda $\vartheta = c/2$ tezlikda harakatlanmoqda.

- Ularni har birini impuls va energiyasi nimaga teng?
- Protonlarni biri bilan bog'liq sistemada ikkinchi protonni energiya va impulsini hisoblang.

48. Radioantenna 24 soat davomida $1kWt$ quvvatli to'lqinlar nurlatmoqda. Bu energiyaga ekvivalent massa qanday?

49. Quyosh doimiyi deb Yer orbitasidagi Quyosh nurlanishi oqimiga ($S = 1.4kWt/m^2$) aytiladi.

- Bu miqdordan foydalanib, Quyoshni to'liq nurlanish quvvatini hisoblang. Javob: $4\cdot10^{26}Wt$.
- Quyoshning har g moddasi $2\,erg/s$ quvvat nurlashini ko'rsating.

- Vodorod yadrolari geliy yadrosiga birlashganda taxminan 50 elektronga ekvivalent energiya ajralib chiqishi ma`lum. 1 g geliy sintez qilinganda $6\cdot10^{11}J$ energiya ajralib chiqishini ko'rsating.
- Quyosh massasini uchdan bir qismi vodoroddan iborat bo'lsa, Quyosh 30 mlrd yil davomida nur chiqarishi mumkinligini ko'rsating.

50. Injenerlar kosmosda parus yordamida sayoxat qilish loyixalarini yaratishgan. Unga ko'ra yupqa, o'lchami $1km^2$ bo'lgan parus to'liq massasi 10 tonna bo'lgan kemani tortishi kerak. Parusni quyosh nurlari itaradi. Quyoshdan bir astronomik birlikdagi kema parus yordamida bir yil davomida tezligini qanchalik orttirishi mumkin?

51. Lazer $2kJ$ energiyalik nur impulsini chiqarsa, nurning mexanik impulsini hisoblang. Impulsni uzunligi $1ms$ bo'lsa, uning mexanik ta`sirini sezish imkonini taklif eting. Tajribalarni birida $5g$ massali tanga lazer nurini ta`sirida otilib bir necha metr masofaga borib tushdi. Bu hodisa mexanik impulsni borligidan darak byeradimi?

52. Quyosh xromosferasida quyosh chaqnashi deb yuritiladigan Quyoshdagi eng kuchli hodisalar ro'y beradi. Bu hodisada qarama qarshi yo'nalishdagi magnit maydonlar neytrallashib, magnit maydon energiyasi elektromagnit nurlanish va katta energiyali zarralar oqimi (quyosh shamoli) shaklida ajralib chiqadi. Quyosh shamoli Yergacha taxminan ikki kunda etib kelib, magnit bo'ronlarni vujudga keltiradi. Shu kunlarda qutb sohalarida qutb yog'dusi kuzatiladi. Quyosh shamoli uzoq kosmosdagi kosmik kemalarni radiaktiv nurlanishiga sabab bo'ladi.

- Quyosh chaqnashi paytida 1-5 minut davomida $10^{21}-10^{25}J$ energiya ajralib chiqishi mumkin. Bu energiya qancha massaga ekvivalent?
- Shuncha energiya ajralib chiqishi uchun qancha vodorod geliyga aylanishi kerak?
- O'zbekistonda yiliga 4 mln. tonna ko'mir qazib olinsa, quyosh chaqnashiga ekvivalent ko'mir miqdori necha yilda qazib olinadi?
- Magnit maydon kuchlanganligi $H=3000\,Gaus$ bo'lsa chaqnash paytida qanday hajmdagi magnit maydon neytrallashgan?

53. Tabiatdagi eng kuchli magnit maydonlar neytron yulduzlarda uchraydi. Neytron yulduzlarning zichligi yadro zichligidan ham ancha ortiq bo'ladi. Neytron yulduzlarning massasi Quyoshnikiga yaqin bo'lgan holda, radiusi $10 km$ atrofida bo'ladi. Ulardagi magnit maydon kuchlanganligi esa $H = 10^9 T = 10^{13} Gaus$ ga etadi. Ularni o'z o'qi atrofida aylanish tezligi sekundiga 60 marta (Baade-Minkovskiy yulduzi), PSR 1937-215 uchun aylanish davri T=0.0015578064488724s bo'lib, 13 raqamgacha aniqlikda o'lchangan (УФН,150,№2,257стр).

- Neytron yulduz ekvatoridagi tezlikni hisoblang.
- Neytron yulduz sirtida yerkin tushish tezlanishini hisoblang.
- Neytron yulduz sirtidan chiqqan to'lqin chastotasini Dopler siljishini hisoblang.
- Neytron yulduz sirtilan chiqqan elektromagnit to'lqin uchun chastotani gravitasion qizil chiljishini baholang.
- Neytron yulduz zichligini baholang.
- Neytron yulduz magnit maydoni energiyasining zichligini hisoblang va uni massa ekvivalentini toping. SGS sistemasida $w = H^2/8\pi$ $(erg/sm^3$ birligida).
- Neytron yulduz radiusi qanday bo'lsa uning sirtidan yorug'lik chiqib keta olmaydi?

Relyativistik dinamika masalalari

54. $10 Gev$ energiyali proton $1T$ magnit maydonda harakatlanmoqda. Aylanish radiusi va chastotasini hisoblang. Javob: $\omega_c = 9\cdot 10^6 /s$.

55. Massasi $10^{-27} kg$ bo'lgan atom yadrosi $1 MeV$ energiyalik gamma kvant chiqarsa, yadroning turtki energiyasini J va eV larda hisoblang. Javob: $1.4\cdot 10^{-17} J$ va $90 eV$.

56. $10 GeV$ energiyali elektron tinch turgan proton bilan to'qnashmoqda.

- Sistema massa markazini tezligi qanday?
- Yangi zarralarni yaratilishi uchun yaroqli energiya nimaga teng?

57. 184 dyuymli siklatron 1.5T doimiy magnit maydon bilan ishlasa, protonlarning siklatron chastotasi qanday bo'lgan? Javob: $1.4\cdot 10^8 /s$.

- $300 GeV$ li protonlarni hosil qilish uchun qanday magnit maydon zarur?

58. Vakuumda harakatlanayotgan elektron yorug'lik kvanti chiqarishi saqlanish qonunlariga zid ekanligini ko'rsating. Qo'zg'algan vodorod atomi vakuumda yorug'lik kvanti chiqarishi mumkinligini va bu hodisa saqlanish qonunlariga zid emasligini ko'rsating. Ikki hodisani farqi nimada?

59. Tezligi $\vartheta = 0.99c$ bo'lgan proton uchun impuls, to'liq va kinetik energiyani quyidagi sanoq sistemalarda hisoblang:

- Labaratoriya sanoq sistemasida. Javob: $6.58 GeV/c$, $6.63 GeV$, $5.69 GeV$.
- Zarra bilan harakatlanuvchi sistemada.
- Ushbu proton va qo'zg'almas geliy-4 massa markaziga bog'langan sanoq sistemasida.

60. Energiyasi $10^{19} eV$ va elementar zaryadga ega bo'lgan zarrani $10^{-10} T$ magnit maydondagi orbitasining radiusini hisoblang. Natijani Galaktika diametri bilan solishtiring. Bunday yuqori energiyali zarralar kosmik nurlarda uchraydi va Yer atmosferasida elektron, pozitron, mezonlar va gamma nurlar katta oqimini hosil qiladi.

61. Yuqori energiyalik protonlar oqimi $(E = 1 Gev)$ magnit induksiyasi 2T bo'lgan ko'ndalang magnit maydonga kirmoqda. Traektoriyani egrilanish radiusini hisoblang. Javob: $2.84 m$.

- Traektoriyani huddi shunday egrilanishini hosil qilish uchun qanday elektr maydon kuchlanganligini yaratish zarur?
- Javoblarga binoan relyativistik zarralarni og'dirish uchun elektr maydonlarni qo'llash imkoniyatini baholang.

62. K_p kinetik energiyalik proton qo'zg'almas deytonga (H_2^1) kelib uriladi, natijada neytron va ikki proton hosil bo'ladi. Bu reaksiya ro'y berishi uchun kerak bo'lgan eng kichik, ostonali energiyada hosil bo'lgan zarralar ta`sirlashmagan holda deyarli bir hil tezlik bilan harakatlanishadi. Jarayon uchun impuls va energiyani norelyativistik saqlanish qonunini yozing. Deyton bog'lanish energiyasi $E_b \approx 2Mev$ bo'lgani holda, K_p ning eng kichik qiymati $(3/2)E_b$ ekanligini ko'rsating.

Inert va gravitasion massa

63. Matematik mayatnikni davri $T = 2\pi\sqrt{L/g}$ formula bilan beriladi. Agarda gravitasion va inert massalar farq qilsa davrning formulasi $T = 2\pi\sqrt{Lm_{gr}/gm_{in}}$ bo'lishini ko'rsating. Mayatnikni tebranishlarini o'rganib, inert va gravitasion massalar farqini qanday topish mumkin?

64. Yulduz sirtidan chiqqan nur uchun gravitasion qizil siljish $\nu = \nu_0 \exp(-GM/Rc^2)$ formula bilan ifodalanishini isbotlang.

65. Bizning Galaktika markazidan chiqqan nur chastotasini gravitasion qizil siljishini hisoblang. Galaktika radiusi 10000 pk, Galaktika massasi hajm bo'ylab tekis taqsimlangan va $8\cdot10^{41}kg$ deb hisoblang. Javob: $\Delta\nu = -3\cdot10^{-6}\nu$.

66. 1962 yili optik nurlarda burchak o'lchami 0.5'' bo'lgan kuchli radionurlanish manbai topilgan. Undan kelayotgan nurlarda kuchli qizil siljish aniqlangan: normal to'lqin uzunligi $\lambda_0 = 3.727\cdot10^{-5}\,sm$ bo'lgan to'lqinlar $\lambda = 5.097\cdot10^{-5}\,sm$ uzunlikda qayd etilgan.

- Manba'ni bizning Galaktikadagi juda massiv yulduz deb faraz eting. Yulduzgacha masofa $10^{20}m$ deb hisoblab, uning burchak o'lchami va qizil sijishi bo'yicha massa va zichligini hisoblang. Natijani qanday baholaysiz? Javob: $3.6\cdot10^{9}$ yorug'lik yili.
- Bu manba'ni uzoqlashayotgan galaktika deb hisoblab, Dopler effekti va Xabbl qonuni bo'yicha ungacha masofani hisoblang. Bu galaktikani yorug'lik yili birligida o'lchami qanday bo'ladi? Javob: $1.7\cdot10^{20}m$.

Elektrodinamikada nisbiylik masalalari

67. Bir sanoq sistemasida E va H o'zaro tik bo'lsa, barcha sanoq sistemalarda ham o'zaro tik ekanligini isbotlang. Tavsiya: elektromagnit tenzor invariantlarini o'rganing.

68. Energiya – impuls tenzorining komponentalari uchun almashtirish formulalari topilsin.

69. Tekis harakatlanuvchi nuqtaviy zaryad potensiallarini qo'zg'almas zaryad potensialini Lorens almashtirish yo'li bilan toping. Javob: $\varphi = \gamma\varphi'$, $A = \varphi V/c^2$.

70. Bio – Savara – Laplas qonunini qo'zg'almas nuqtaviy zaryad maydonini almashtirish yo'li bilan keltirib chiqaring.

71. Yoritgichdan kelayotgan yorug'lik nurlarida ν chastotali spektral chiziqni $\Delta\nu$ Dopler siljishiga qarab yoritgichni tezligini hisoblang. Javob: $\vartheta = c\Delta\nu/\nu$.

72. Quyoshdan kelayotgan nurlardagi He atomlariga tegishli ν chastotali spektral chiziqni kengligi $\Delta\nu$ bo'lsa, shunga qarab Quyosh sirtini temperaturasi aniqlansin. Javob: $T = \frac{2m_{He}c^2}{3k}\frac{\Delta\nu}{\nu}$.

73. Ko'zgu o'z normali bo'ylab harakatlanmoqda. ν_0 chastotali nur ko'zguga α_0 burchak ostida tushib, akslanmoqda. Qaytgan nurni chastotasi topilsin. Javob: $\nu = \nu_0\left[1 - 2\beta Cos\alpha_0 + \beta^2\right]/\left(1 - \beta^2\right)$, $\beta = \vartheta / c$.

74. Tinch holatdagi elektronda sochilgan foton to'lqin uzunligini sochilish burchagiga bog'liqligi topilsin. Javob: $\lambda - \lambda_0 = \frac{h}{m_e c}(1 - Cos\alpha)$.

75. m_0 massali tinch turgan atomda ω chastotali foton yutilsa, atomni tezligini hisoblang. Javob: $\vartheta = c\hbar\omega/\left(\hbar\omega + m_0 c^2\right)$

76. Yadroning qo'zg'alish energiyasi ΔE bo'lsa, undan chiqqan gamma kvantni chastotasi topilsin. Javob: $\omega = \frac{\Delta E}{\hbar}\left(1 - \frac{\Delta E}{2m_0 c^2}\right)$.

Turli masalalar .

77. Qo'g'almas massaning zichligi ρ bo'lsa. V tezlikdagi sanoq sistemasida bu zichlik qanday bo'ladi?
78. Qo'zg'almas zaryadlarning zichligi ρ bo'lsa, V tezlikdagi sanoq sistemasida bu zichlik qanday bo'ladi?
79. Zarra impulsini tinch holat massasi va kinetik energiya bilan bog'lanish formulasini toping.
80. Protonning tezligi $c/2$ bo'lsin. Zarraning klassik va relyativistik kinetik energiyalari necha foiz farq qiladi?
81. e_1 energiyalik billiard shari huddi shunday m_0 massali tinch turgan sharga urilmoqda. To'qnashuvdan keyin sharlarni energiyalari E va ikki tomonga sochilish burchaklari θ teng bo'lsa, ularni impulslari nimaga teng? Sochilish burchagi θ nimaga teng? Javob: $Sin\theta = \sqrt{2m_0c^2/\left(e_1 + 3m_0c^2\right)}$.

Grek alfaviti

Alfa	Α α	Eta	Η η	Nyu	Ν ν	Tau	Τ τ
Beta	Β β	Teta	Θ θ	Ksi	Ξ ξ	Ipsilon	Υ υ
Gamma	Γ γ	Yota	Ι ι	Omikron	Ο ο	Fi	Φ φ
Delta	Δ δ	Kappa	Κ κ	Pi	Π π	Xi	Χ χ
Epsilon	Ε ε	Lambda	Λ λ	Ro	Ρ ρ	Psi	Ψ ψ
Dzeta	Ζ ζ	Myu	Μ μ	Sigma	Σ σ	Omega	Ω ω

Adabiyot

1. А.Эйнштейн. "К электродинамике движущихся тел". Сборник научных трудов. М.,"Наука", 1965, 7-стр.
2. Книга рекордов Гиннесса. Москва-Лондон, из-во "Тройка", 1993.
3. В.И. Елисеев. Введение в методы теории функций пространственного комплексного переменного. Москва, 1990-2007.
4. Л.В.Ландау, Е.М.Лифшиц. Теория поля, М., "Наука",1988.
5. A.Boydedaev, UzFJ, 2008 y.
6. В.Паули. Теория относительности, Москва, «Наука», 1983.
7. A.Boydedaev. Nisbiylik nazariyasining asoslari. 3-qism, Toshkent-2002.
8. A.Boydedaev. UzFJ, №7, 2007.
9. Ч.Киттель, В.Найт, М.Рудерман. Механика. Москва, «Наука»,1983.
10. А.Ў.Раҳимов, Б.О.Отақулов. "Электродинамика ва нисбийлик назарияси", 2-китоб,Тошкент, "Ўқитувчи",1986.
11. Дж.Орир. Физика. Москва, «Мир»,1981.

Mundarija

1-bob. Klassik fizikada nisbiylik masalalari

2-bob. Xususiy nisbiylik nazariyasi

3-bob. Relyativistik elektrodinamika

4-bob. Gravitasion maydonlarni nisbiylik nazariyasida o'rganish (UNN)

Bosishga ruxsat etildi 24.02.09. Bichimi 60x84 1/16.
«Timez Uz» garniturasi. Ofset bosma usulida bosildi.
Shartli bosma tabori 7,5. Nashriyot bosma tabog'i 6,5.
Tiraji 200. Buyurtma № 43.

«Fan va texnologiyalar Markazining» bosmaxonasida chop etildi.
100003, Toshkent sh., Olmazor ko'chasi, 171-uy.